



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas

Plan de Estudios 2022

Estrategia Nacional de Mejora de
las Escuelas Normales

Programa del curso

Pensamiento estocástico

Cuarto semestre

Primera edición: 2024

Esta edición estuvo a cargo de la Dirección General
de Educación Superior para el Magisterio
Av. Universidad 1200. Quinto piso, Col. Xoco,
C.P. 03330, Ciudad de México

D.R. Secretaría de Educación Pública, 2022
Argentina 28, Col. Centro, C. P. 06020, Ciudad de México

Trayecto formativo: Formación pedagógica, didáctica e interdisciplinar

Carácter del curso: Currículo nacional base

Horas: 4

Créditos: 4.5

Índice

Propósito y descripción general del curso	5
Cursos con los que se relaciona	7
Dominios y desempeños del perfil de egreso a los que contribuye el curso	8
Estructura del curso	11
Orientaciones para el aprendizaje y enseñanza	12
Proyecto integrador	15
Sugerencias de evaluación.....	18
Unidad de aprendizaje I. Técnicas de conteo.....	21
Unidad de aprendizaje II. Enfoques para el estudio de la probabilidad	25
Unidad de aprendizaje III. Variable aleatoria discreta	30
Evidencia integradora del curso	35
Perfil académico sugerido	36
Referencias de este programa.....	37

Propósito y descripción general del curso

Propósito general

Que el estudiantado normalista evalúe alternativas al resolver problemas sobre situaciones y contextos diversos, en los que se encuentra presente la incertidumbre, a través fuentes intuitivas del razonamiento probabilístico que favorezcan la conformación de estas ideas en un plano formal y la comprensión de conceptos fundamentales de los procesos estocásticos, desde una perspectiva de trabajo colaborativo, en condiciones de equidad, inclusión e interculturalidad, a fin de desarrollar el pensamiento probabilístico, científico, crítico y reflexivo.

Antecedentes

El pensamiento estocástico refiere a una forma de procesar la realidad, de manera crítica y reflexiva, que incorpora elementos de aleatoriedad, incertidumbre y probabilidades en la toma de decisiones y de razonamiento; en contraste con el pensamiento intuitivo que es lo que predomina en la mayoría de las personas.

Inicialmente, se les puede introducir al estudio de las diez ideas fundamentales de estocásticos con base en cuatro dominios interrelacionados entre sí, los cuales se derivan de las fuentes intuitivas del pensamiento probabilístico como son la combinatoria, el enfoque frecuencial, situaciones de decisión y la simulación (Ojeda, 2003).

El primero corresponde, entre otras cuestiones, a las técnicas de conteo que permiten establecer el número de posibilidades en una situación discreta dada; es un resultado generalizado que tendemos a subestimar el número total de casos posibles, por lo cual se requiere una formación o una enseñanza específica.

El enfoque frecuencial de la probabilidad nos permite estimar la probabilidad de un evento de un fenómeno aleatorio, mediante su frecuencia relativa en un número suficientemente grande de repeticiones del fenómeno aleatorio; la estimación está fundamentada en la Ley de los Grandes Números.

A la Ley de los grandes números se le atribuye el reconocimiento de la probabilidad como disciplina matemática y que fue publicado póstumamente por Jacques Bernoulli (1713) en *Arts Conjectandi*, la cual es la base para una gran cantidad de aplicaciones de la probabilidad a situaciones prácticas (cit. in Ojeda, 2003).

Respecto a los problemas de decisión, entre dos o más situaciones aleatorias dadas, exigen poner en juego el razonamiento probabilístico (Piaget e Inhelder, 1951), al establecer, para cada situación, la relación entre la cardinalidad de la parte favorable al evento de que se trate y el tamaño del espacio muestra respectivo, para efectuar luego las comparaciones que permitan decidir lo conducente.

Con referencia a la simulación se demanda la identificación de los elementos relevantes para el carácter aleatorio de un fenómeno dado y sus relaciones, para su

incorporación en otra situación análoga a ese fenómeno y accesible a sus repeticiones efectivas y, por tanto, a la puesta en juego del enfoque frecuencial de la probabilidad. No obstante, el acceso a las repeticiones para estimular el papel que la frecuencia juega como fuente de intuición probabilística y que no es la única ventaja de la función de la simulación (Ojeda, 1994) cuando el proceso de simular procede en el ámbito concreto, físico y se interpretan los resultados de la situación simulante respecto a la que se simuló, se ejercita también el establecimiento de analogías, por tanto, también la identificación del conjunto de invariantes de varias situaciones que formalmente corresponde a una misma, lo cual promueve, a su vez, el proceso de abstracción (Ojeda, 1994).

Descripción

El curso *Pensamiento estocástico* se ubica en el cuarto semestre del Plan de Estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, dirigido a la formación de docentes en educación obligatoria; este curso pertenece al trayecto Formación pedagógica, didáctica e interdisciplinar, para trabajarse en cuatro horas a la semana, con 4.5 créditos.

Este curso es importante porque coadyuva en la formación integral del estudiantado normalista, ya que al advertir el pensamiento de lo posible y no sólo de tipo determinista, podrán reconocer el riesgo y la incertidumbre en diversas situaciones y contextos presentes en fenómenos sociales, económicos, políticos, ecológicos y meteorológicos; además, enlaza los contenidos estudiados en *Tratamiento de la información* del segundo semestre, con los que se abordarán en *Estadística inferencial* de quinto semestre.

En particular, el pensamiento estocástico ocupa un lugar privilegiado en las distintas aplicaciones de las matemáticas y contribuye en el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo, al plantear alternativas y tomar decisiones sobre una base científica, racional y sobre todo ética.

La comprensión de docentes en formación sobre ideas fundamentales de estocásticos incide en el diseño de estrategias de enseñanza y de aprendizaje para el desarrollo del pensamiento estocástico en estudiantes de educación obligatoria, por lo que se espera que contextualicen, fundamenten y reflexionen críticamente sobre su propia práctica profesional mediante el fortalecimiento de sus capacidades de investigación, la comprensión los fenómenos aleatorios y diferenciándolos de los de tipo determinista.

Cursos con los que se relaciona

Sin perder de vista que la prioridad es la comprensión de la idea de azar y la advertencia de lo posible, los temas de estocásticos se relacionan con otros conceptos matemáticos que dan sentido a la solución de problemas relativos a lo aleatorio. Este curso tiene relación con otros cursos disciplinares, tales como: *Sentido numérico y teoría de la Aritmética, Geometría plana y del espacio, Tratamiento de la información y Estadística inferencial*. También se relaciona con los cursos: *Didáctica de las matemáticas en educación básica, Álgebra y funciones, Cálculo diferencial y Cálculo integral*. Se compone de tres unidades de aprendizaje, las cuales están debidamente articuladas y que abordan la probabilidad desde los enfoques frecuencial, clásico y axiomático.

Responsables del codiseño del curso

Este curso fue elaborado las y los docentes normalistas: Saúl Elizarrarás Baena, de la Escuela Normal Superior de México; Emma Luz Velasco Zamora, del Instituto Superior de Educación Normal del Estado de Colima; Alfredo García Delgado, de la Escuela Normal de Naucalpan del Estado de México; Marleny Hernández Escobar, de la Escuela Normal Superior de México; Alejandra Avalos Rogel, de la Escuela Normal Superior de México; Thalía Elizabeth Venegas Gil, de la Escuela Normal Superior Oficial de Guanajuato; Gerardo Gabriel García Castrejón, del Centro de Actualización del Magisterio Acapulco.

Así como especialistas en el diseño curricular: Julio César Leyva Ruiz, Gladys Añorve, Sandra Elizabeth Jaime Martínez, María del Pilar González Islas de la Dirección General de Educación Superior para el Magisterio.

Dominios y desempeños del perfil de egreso a los que contribuye el curso

Perfil general

- Cuenta con una formación pedagógica, didáctica y disciplinar sólida para realizar procesos de educación inclusiva de acuerdo al desarrollo cognitivo, psicológico, físico de las y los estudiantes, congruente con su entorno sociocultural; es capaz de diseñar, realizar y evaluar intervenciones educativas situadas mediante el diseño de estrategias de enseñanza, aprendizaje, el acompañamiento, el uso de didácticas, materiales y recursos educativos adecuados, poniendo a cada estudiante en el centro del proceso educativo como protagonista de su aprendizaje.
- Produce saber y conocimiento pedagógico, didáctico y disciplinar, reconoce y valora la investigación educativa y la producción de conocimiento desde la experiencia; sabe problematizar, reflexionar y aprender de la práctica para transformarla; ha desarrollado dominios metodológicos para la narración pedagógica, la sistematización y la investigación; está preparado para crear, recrear e innovar en las relaciones y el proceso educativo al trabajar en comunidades de aprendizaje e incorporar en su quehacer pedagógico teorías contemporáneas y de frontera en torno al aprendizaje y al desarrollo socioemocional.
- Desarrolla el pensamiento reflexivo, crítico, creativo y sistémico y actúa desde el respeto, la cooperación, la solidaridad, la inclusión y la preocupación por el bien común; establece relaciones desde un lugar de responsabilidad y colaboración para hacer lo común, promueve en sus relaciones la equidad de género y una interculturalidad crítica de diálogo, de reconocimiento de la diversidad y la diferencia; practica y promueve hábitos de vida saludables, es consciente de la urgente necesidad del cuidado de la naturaleza y el medio ambiente e impulsa una conciencia ambiental; fomenta la convivencia social desde el reconocimiento de los derechos humanos y lucha para erradicar toda forma de violencia: física, emocional, de género, psicológica, sexual, racial, entre otras, como parte de la identidad docente.

Dominios del saber: saber ser y estar, saber conocer y saber hacer

- Hace investigación, produce saber desde la reflexión de la práctica docente y trabaja comunidades de aprendizaje para innovar continuamente la relación educativa, los procesos de enseñanza y de aprendizaje para contribuir en la mejora del Sistema Educativo Nacional.
- Tiene pensamiento reflexivo, crítico, creativo, sistémico y actúa con valores y principios que hacen al bien común promoviendo en sus relaciones la equidad de género, relaciones interculturales de diálogo y simetría, una vida saludable, la conciencia de cuidado activo de la naturaleza y el medio ambiente, el respeto a

los derechos humanos, y la erradicación de toda forma de violencia como parte de la identidad docente.

- Reconoce las culturas digitales y usa sus herramientas y tecnologías para vincularse al mundo y definir trayectorias personales de aprendizaje, compartiendo lo que sabe e impulsa a las y los estudiantes a definir sus propias trayectorias y acompaña su desarrollo como personas.

Perfil profesional

Utiliza las Matemáticas y su didáctica para hacer transposiciones didácticas, de acuerdo con las características, contextos, saberes del estudiantado, a fin de abordar los contenidos curriculares de los planes y programas de estudio vigentes del nivel básico.

- Comprende los marcos teóricos y epistemológicos de las Matemáticas, sus avances y enfoques didácticos para incorporarlos, tanto en proyectos de investigación como en las transposiciones didácticas para su enseñanza y aprendizaje, que incide en el pensamiento lógico-matemático del alumnado, de manera congruente con los planes y programas de estudio vigentes.
- Articula el conocimiento de la matemática, su didáctica y el saber de otras disciplinas, mediante la recuperación de saberes comunitarios, para conformar marcos explicativos y de intervención eficaces entre el estudiantado.
- Aplica la articulación, los propósitos, los contenidos y el enfoque de enseñanza de las matemáticas, e incorpora el trabajo reflexivo y comprensivo de los contenidos para facilitar la enseñanza y aprendizaje de la disciplina.

Articula las distintas ramas de las Matemáticas con otras disciplinas, para facilitar el análisis de una situación modelada, desde el pensamiento complejo, que favorezca el desarrollo del pensamiento lógico-matemático del alumnado que atiende.

- Analiza diferentes problemas, situaciones o fenómenos para proponer modelos matemáticos desde una visión integradora y transdisciplinaria como un medio para el diseño e implementación de secuencias didácticas que favorezcan su resolución.
- Facilita el análisis de modelos desde el pensamiento matemático al articular diferentes áreas de esta disciplina que favorece el desarrollo del método axiomático, a través del razonamiento hipotético-deductivo, inductivo y analógico.
- Relaciona sus conocimientos de las Matemáticas con los contenidos de otras disciplinas desde una visión integradora, multidisciplinaria, interdisciplinaria y transdisciplinaria para propiciar el aprendizaje de sus estudiantes.
- Facilita el análisis de situaciones modeladas desde el pensamiento complejo que favorece el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, geométrico y

razonamiento, en el alumnado, al articular las distintas ramas de las Matemáticas.

- Analiza una situación modelada mediante el reconocimiento de que una misma expresión matemática puede ser escrita de diferentes maneras, a fin de que pueda guiar al alumnado a experimentar y encontrar las suyas.
- Construye relaciones entre la Geometría y el Álgebra, el Álgebra y, la Estadística, la Aritmética y la probabilidad, entre otras.
- Utiliza los lenguajes artísticos como medio para promover el aprendizaje de las matemáticas.

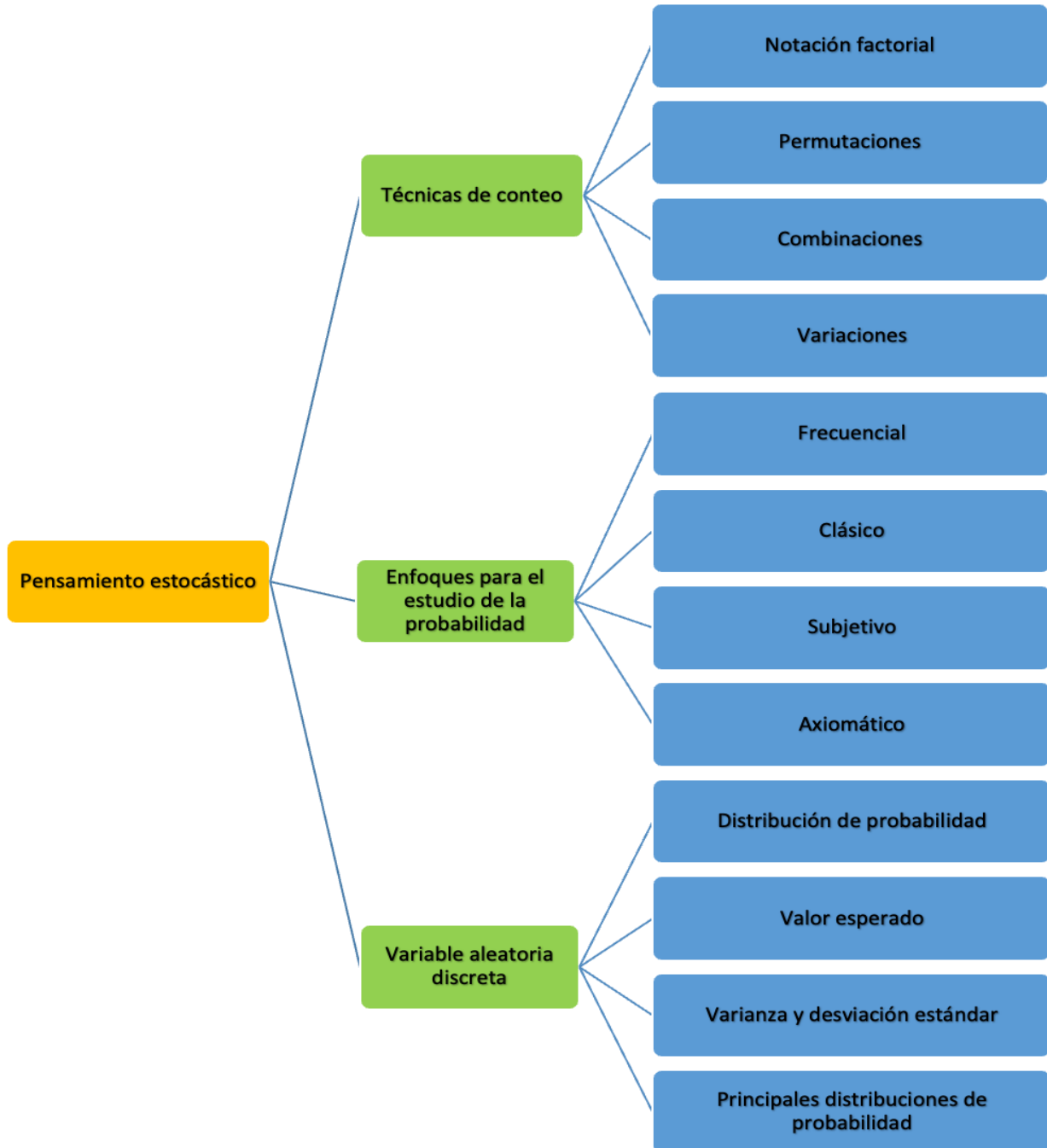
Resuelve problemas a partir del análisis crítico de la información cuantitativa y cualitativa derivado del pensamiento matemático.

- Propicia el análisis reflexivo y crítico de información cualitativa y cuantitativa derivado del pensamiento matemático con la intención de que el alumnado organice información en tablas, gráficas y construya sus estrategias para validar las conjeturas derivadas de los datos cualitativos y cuantitativos que se trabaje.
- Analiza fenómenos sociales, naturales, económicos y políticos para comprender y utilizar diversas aplicaciones de la probabilidad.

Utiliza críticamente la innovación didáctica y tecnológica en la educación, como parte de su práctica docente, para favorecer el pensamiento lógico matemático, el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo y la formación integral del alumnado, desde una visión crítica, humanista, solidaria y con sentido ético-político.

- Reconoce las culturas digitales, cuenta con habilidades y saberes en el uso y manejo pedagógico y crítico de las tecnologías actuales, que le permiten diseñar o seleccionar y emplear objetos de aprendizaje y recursos didácticos contextualizados, como mediadores en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, geométrico, el razonamiento y la solución de problemas en un clima de aprendizaje colaborativo e incluyente en diferentes escenarios y contextos.
- Emplea didácticamente herramientas tecnológicas para analizar y modelar situaciones en las que el alumnado encuentra patrones de los fenómenos de la vida cotidiana y los argumenta de forma coherente.

Estructura del curso



Orientaciones para el aprendizaje y enseñanza

La formación en estocásticos, es decir, en temas relacionados con la probabilidad y la Estadística, debe ser considerada como parte esencial del futuro ciudadano que requiere la sociedad del siglo XXI, ya que los diversos problemas que aquejan al mundo globalizado no se pueden resolver exclusivamente con una perspectiva determinista de la matemática, toda vez que la incertidumbre se encuentra presente de forma explícita o implícita en diversos fenómenos naturales, sociales o económicos (Elizarrarás, 2023). En este sentido, el y la formadora de docentes deberá incidir en la formación de estudiantes de educación básica para que sean capaces de diferenciar la naturaleza del pensamiento aleatorio del esquema de pensamiento determinista y, más aún, de establecer las interrelaciones entre uno y otro para la resolución de diversos problemas; su logro implica un proceso gradual y sistemático.

Los desafíos que plantea el acelerado mundo de la sociedad de la información y de culto al número, obligan a proporcionar a la brevedad una educación en estocásticos suficiente para enfrentarlos. La probabilidad y la estadística son las disciplinas más desatendidas en el sistema educativo nacional, lo que resulta una educación matemática en estas disciplinas inadecuada. La necesidad de formación de la docencia en temas de esta naturaleza es urgente, particularmente porque el pensamiento distinto que implica su estudio no solo redundaría en el tratamiento efectivo de situaciones aleatorias, sino que sienta las bases para un pensamiento crítico, cuyo desarrollo se pretende como objetivo de la educación. Se propone como alternativa a considerar las ideas fundamentales de Heitele (1975) al plantear los dominios en los que se pueden insertar en el currículum escolar, de igual manera en la formación docente en matemáticas.

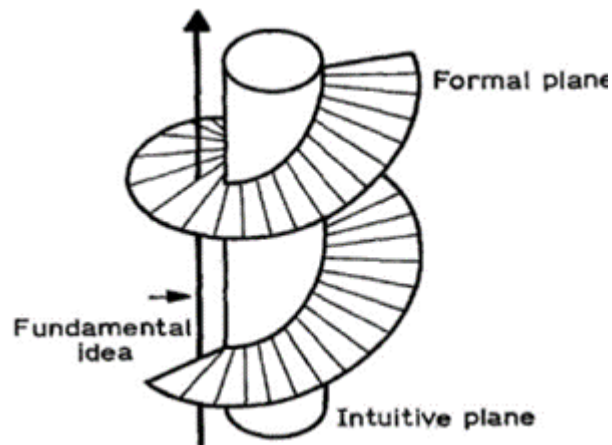
Por lo tanto, el curso *Pensamiento estocástico* es fundamental. Enseñar este tema a futuros docentes de secundaria con especialización en matemáticas es esencial, ya que les proporciona las herramientas necesarias para transmitir conceptos relacionados con la probabilidad y la estadística a su alumnado. Aquí se presentan algunas consideraciones didácticas clave para diseñar un curso efectivo sobre pensamiento estocástico.

Fundamentos sólidos: Es esencial que el profesorado tenga un profundo entendimiento de los conceptos y principios del pensamiento estocástico antes de poder enseñarlo a sus estudiantes. Se sugiere comenzar el desarrollo del curso con una revisión exhaustiva de las ideas fundamentales de Heitele (1975), quien propone que las ideas fundamentales son aquellas que “*proporcionan al individuo, en cada etapa de su desarrollo, modelos explicativos tan eficientes como sea posible y que difieren en los niveles cognoscitivos, no de manera estructural, sino sólo en su forma lingüística y en sus niveles de elaboración*” (p. 188).

Las ideas fundamentales para el desarrollo del pensamiento estocástico son: 1) medida de la probabilidad; 2) espacio muestra; 3) la regla de la suma; 4) la regla del producto e independencia; 5) equidistribución y simetría; 6) combinatoria, 7) modelo de urna y simulación; 8) variable aleatoria; 9) ley de los grandes números y, 10) muestra. Para Heitele, estas ideas deben organizarse sobre un currículo en espiral, partiendo de un plano intuitivo hasta llegar a un plano formal (ver Figura 1).

Figura 1

Currículo en espiral

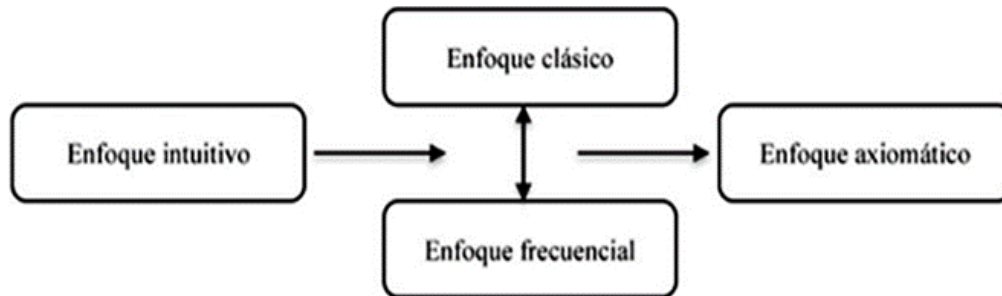


Fuente: Heitele, 1975, p. 188

Se recomienda que, además de las ideas fundamentales, se considere la propuesta de López-Mojica y Aké (2019), quienes aluden que es necesario enseñar los temas de probabilidad partiendo de un enfoque intuitivo; posteriormente, trabajar simultáneamente los enfoques frecuencial y clásico, para que, a partir de estos tres enfoques, se pueda arribar a la comprensión de un enfoque axiomático (ver Figura 2).

Figura 2

Construcción del enfoque axiomático



Fuente: López-Mojica y Aké, 2019, p. 5.

Para el diseño de actividades, se implementan los primeros tres enfoques y el docente formador podrá utilizar diferentes recursos didácticos: Proporcionar materiales de enseñanza adecuados es esencial. Esto puede incluir libros de texto, software especializado, simulaciones y ejemplos de problemas. Es necesario estar al tanto de las herramientas disponibles para enseñar y demostrar conceptos estocásticos.

Además, es necesario tomar en cuenta la contextualización: Aquí, los maestros y maestras deben comprender cómo aplicar conceptos estocásticos en situaciones del mundo real. Deben ser capaces de relacionar los conceptos matemáticos con ejemplos cotidianos y problemas prácticos para que los estudiantes vean la relevancia de lo que están aprendiendo.

Considerar, el enfoque activo: Fomentar la participación activa de los futuros maestros y maestras en el proceso de aprendizaje es fundamental. Los formadores deben utilizar estrategias pedagógicas que promuevan la resolución de problemas, discusiones en grupo y actividades prácticas. Se sugiere experimentar por sí mismos la resolución de problemas relacionados con el pensamiento estocástico.

En resumen, contribuir al desarrollo del pensamiento estocástico del futuro profesorado de secundaria con especialización en matemáticas requiere una comprensión sólida de los conceptos, una pedagogía efectiva y la capacidad de relacionar estos conceptos con la vida real. La formación efectiva en este campo es esencial para empoderarlos y prepararlos con la finalidad de desarrollar con éxito el pensamiento estocástico de sus estudiantes.

Proyecto integrador

El Plan de estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas establece que “Al término de cada curso se incorporará una evidencia o proyecto integrador desarrollado por el estudiantado, de manera individual o en equipos como parte del aprendizaje colaborativo, que permita demostrar el saber ser y estar, el saber, y el saber hacer, en la resolución de situaciones de aprendizaje. Se sugiere que la evidencia final sea el proyecto integrador del semestre, que permita evidenciar la formación holística e integral del estudiantado y, al mismo tiempo, concrete la relación de los diversos cursos y trabajo colaborativo, en academia, las maestras y maestros responsables de otros cursos que constituyen el semestre, a fin de evitar la acumulación de evidencias fragmentadas y dispersas.” (DOF, 2022, p. 31)

Las y los estudiantes normalistas en semestres anteriores desarrollaron metodologías como el registro de observación para la descripción del contexto, la recuperación de los saberes matemáticos de la comunidad y de sus estudiantes; también recurrieron a diversos modelos como el de las dimensiones de la práctica docente para la elaboración del diagnóstico y la problematización de sus resultados, finalmente recurrieron a diversos modelos teóricos desde diversas ciencias de la educación y metodológicos de la enseñanza para fundamentar el diseño de propuestas de intervención didáctica.

Los resultados de esas actividades podrán ser recuperados en el curso *Pensamiento estocástico*; es importante que observen y describan diversos contextos en la comunidad en los que se requiere tomar decisiones a partir de conocimientos y saberes sobre estocásticos. También es necesario que reconozcan que, debido a su madurez cognitiva, los estudiantes de secundaria e incluso algunos de la media superior, pueden tener creencias, concepciones ingenuas o erróneas sobre la incertidumbre o la aleatoriedad, asociándolo a la fatalidad, o a lo azaroso. Finalmente, la descripción del uso de dichos saberes en el seno de las instituciones educativas también es relevante.

Para ello, la recuperación de las propuestas de la enseñanza de los estocásticos puede ser motivo de reflexión en este curso y en otros cursos de este semestre, particularmente si observan o ellos mismos incorporan estos temas en sus prácticas profesionales. En este cuarto semestre, en el marco de las estancias en las escuelas de educación básica y media superior, de nueva cuenta se diseña una intervención didáctica tomando en cuenta los referentes conceptuales de la didáctica que abordarán en este semestre, el proyecto escolar plasmado en el currículo, pero sobre todo la recuperación de los saberes del contexto de la escuela de práctica y el diagnóstico de los estudiantes, lo que saben de estocásticos por haber estudiado matemáticas en un medio escolar y por el hecho de pertenecer a una comunidad que tiene prácticas matemáticas ligadas a la probabilidad. También realizarán la evaluación de la intervención didáctica para valorar su pertinencia.

En un segundo momento, se recurre a una metodología de indagación en el aula que tiene en el centro la reflexión, mediante la escritura de una narrativa pedagógica sobre la práctica docente, con los siguientes momentos (Avalos-Rogel y Mecott, 2006).

Centramiento

El centramiento es un momento de reflexión previo a la práctica en el que el estudiantado recupera sus creencias y concepciones sobre la docencia mediante la elaboración de descripciones y relatos. Puede estar inscrita en algunos escenarios como los siguientes.

- a) Previo a la práctica, el estudiantado recupera sus saberes de docencia en matemáticas, mediante la elaboración de descripciones de las prácticas de sus maestros en su trayectoria como estudiante y los saberes derivados de las observaciones, ayudantías y prácticas realizadas. Es importante que describa cuáles fueron sus primeras experiencias de aprendizaje de probabilidad y cómo fueron enseñadas y estudiadas en espacios escolares. Dicha descripción se analiza a la luz de los referentes teóricos estudiados en los cursos anteriores.
- b) Previo a la práctica, en el momento de la planeación los estudiantes complementan dicha planeación con un análisis previo de las posibles respuestas correctas y erróneas de las y los estudiantes de la educación obligatoria y las posibles estrategias didácticas. Si es posible, las explican a partir de sus relatos, de sus experiencias previas o de los referentes abordados hasta el momento.

Descentramiento o deconstrucción

El descentramiento lo conforman diversos momentos de contraste entre el relato de la experiencia escolar durante la práctica docente.

- a) con la planeación –qué esperaba que sucediera y qué sucedió, y por qué-;
- b) con los referentes conceptuales –cómo explican los autores estudiados lo que pasó en el aula a nivel de los aprendizajes de los estocásticos y de las estrategias docentes-;
- c) con los criterios que se elaboraron para evaluar el diseño de la intervención;
- d) con las concepciones y creencias previas –cómo lo había vivido como estudiante y cómo lo vivo como docente en formación-;
- e) contraste entre los relatos de la misma intervención didáctica con dos grupos distintos.

El descentramiento inicia cuando los estudiantes normalistas elaboran un relato de la experiencia escolar en sus prácticas docentes, y es sujeto a una lectura personal y colectiva, acompañada de un análisis.

Reconstrucción

La reconstrucción es la expresión de la sistematización de la práctica convertida en saberes docentes, una reconsideración de la práctica, dando un nuevo sentido a ser,

a su saber ser y a su hacer docente. La forma que adopta la reconstrucción es la de la narrativa pedagógica. Es posible en este punto recuperar el modelo ATOM del docente indagador (Domingo y Gómez, 2014, p. 109), en el que se espera que se identifique y analice “[...] la práctica educativa seleccionada mediante la disección o aislamiento de los distintos elementos que han confluído con el propósito [...] de proponer una mejora puntual en una futura acción similar.”

Características de una narrativa

Una narrativa pedagógica es un documento elaborado inicialmente de manera individual, pero que se nutre en la discusión colegiada, que recupera de manera fundamentada las acciones de las y los estudiantes normalistas al interior de los espacios educativos para dar vida al proyecto personal e institucional. Ya sea recuperando el sentir de la comunidad desde los programas analíticos elaborados por el colectivo docente, el contexto escolar y comunitario, y el proyecto personal de enseñanza. Da cuenta de la reconceptualización de la docencia, desde diversos referentes conceptuales en diálogo con lo coyuntural, por lo que se convierte en una actividad cotidiana que forma parte de las prácticas docentes. Involucra a diversos actores educativos: recupera las fortalezas de los participantes para su elaboración, su ejecución y evaluación; apela a su capacidad de agencia y a su autonomía. Requiere de saberes teóricos y metodológicos para su diseño, de fundamentos conceptuales, y se justifica por los elementos que brinda el contexto y el diagnóstico.

Sugerencias de evaluación

Para este curso, se propone la evaluación como un proceso de recolección de evidencias de desempeño, con la finalidad de emitir juicios de valor, apegados a los dominios y desempeños marcados en el perfil de egreso, así como el propósito, y en ese sentido detectar áreas que requieran de fortalecimiento.

Es preciso destacar que la evaluación del curso se centra en la validación del aprendizaje. Por ello, se sugiere que la evaluación sea un proceso formativo y continuo, con el objetivo de identificar los diferentes saberes de los que se ha apropiado, y de los que no se ha apropiado el estudiantado. Por lo anterior, es determinante que el profesorado desarrolle la capacidad de observación y la retroalimentación, que conlleven a la reflexión por parte del alumnado y, en caso de ser necesario, reorientar las estrategias de enseñanza y/o aprendizaje.

Es entonces que, para la valoración que haga el profesorado es posible apoyarse en estrategias diversas que permitan triangular la información y verificar el nivel de apropiación de los diferentes saberes para cada estudiante.

En lo que respecta al saber conocer, el alumnado comprende el concepto de probabilidad y sus propiedades, distingue las diferentes técnicas de conteo y entiende el concepto de variable aleatoria y su relación con la distribución de probabilidad.

En lo que corresponde al saber hacer: Utiliza las propiedades, leyes y teoremas relativos a la probabilidad, en la resolución de problemas sobre diversas situaciones y contextos en los que se encuentra presente la incertidumbre.

En lo que refiere al saber ser y estar: el normalista demuestra habilidades en el trabajo colaborativo al participar de manera proactiva y respetar la opinión de sus compañeros; así también evidencia responsabilidad y organización para la entrega de trabajos.

Es importante hacer énfasis en la relación del aprendizaje con la comunidad, por ello, es preciso que dentro del proceso de evaluación se considere la integración del conocimiento comunitario y el contexto.

Para hacer explícito el aprendizaje del estudiantado, se propone llevar a cabo experiencias de aprendizaje, pertinentes con el contexto y la comunidad, así como la movilización de los diferentes saberes, al tomar como punto de referencia el propósito de cada unidad. En ese sentido, se sugieren como evidencias de aprendizaje: preguntas, organizadores gráficos, carteles, infografías, fotos discutidas, videos cortos, modelos, ejercicios y exámenes de acuerdo con las orientaciones de enseñanza y aprendizaje.

Como parte de la evaluación sumativa, se plantea solicitar una evidencia que sea parte de un proyecto integrador, que, junto con otros cursos del mismo semestre, permita al estudiantado poner de manifiesto la aplicación de lo aprendido y la consolidación del conocimiento. A fin de integrar la evaluación situada como la resultante de las

actividades de aprendizaje en interacción con el contexto, es que se sugiere el trabajo colegiado por parte todos los docentes, en el que se determine la estrategia para establecer la vinculación entre todos los cursos, a través de un trabajo articulado que se refleje en la narrativa derivada de la aplicación de una propuesta de intervención.

Para llevar a cabo la evaluación, es importante tomar en cuenta lo que establece el Plan de estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, sobre la evaluación global, la cual se constituye de dos partes:

1. La suma de las unidades de aprendizaje tendrá un valor del 50 por ciento de la calificación.
2. La evidencia integradora o proyecto integrador tendrá el valor del 50 por ciento que complementa la calificación global.

Se propone el trabajo colegiado con la finalidad de desarrollar de forma transversal una propuesta de intervención como proyecto integrador que, a su vez, permita la elaboración conjunta de un documento, como evidencia común del semestre para la evaluación de los desempeños del perfil de egreso alcanzados de manera integral, a partir de criterios de evaluación que identifican los aprendizajes específicos de cada curso.

Evidencias de aprendizaje

Las evidencias de aprendizaje que se proponen en la siguiente tabla, tienen la finalidad de orientar al profesorado sobre los dominios y desempeños del perfil de egreso que se favorecen, en correspondencia con los propósitos y contenidos del curso en general y de cada Unidad de aprendizaje en específico.

Es importante que, en caso de definir otras evidencias de aprendizaje y/u otra evidencia integradora, no perder de vista su intención formativa y recuperar el saber conocer, hacer, ser y estar que se favorece con este curso en particular.

Unidad de aprendizaje	Evidencias	Descripción	Instrumento	Ponderación
Unidad 1	Portafolio de evidencias	Compilación de los productos de las actividades realizadas en esta unidad, considerando una reflexión matemática y didáctica.	Rúbrica	50%
Unidad 2	Portafolio de evidencias	Compilación de los productos de las actividades realizadas en esta unidad, considerando una reflexión matemática y didáctica.	Rúbrica	
Unidad 3	Portafolio de evidencias	Compilación de los productos de las actividades realizadas en esta unidad, considerando una reflexión matemática y didáctica.	Rúbrica	
Evidencia integradora	Narrativa docente	Documento que incluye una descripción de los saberes sobre estocásticos de la comunidad y de las y los estudiantes; una secuencia didáctica que aborde estocásticos, la evaluación de la secuencia a través del análisis de la narrativa de su experiencia y el contraste con algunos textos sobre la didáctica de la probabilidad.	Rúbrica	50%

Unidad de aprendizaje I. Técnicas de conteo

Presentación

En esta unidad de aprendizaje se exploran conceptos fundamentales de técnicas de conteo, que son herramientas mediante las cuales se ejercitan contenidos matemáticos, como el recuento, el cálculo, la clasificación, la relación de orden y los conjuntos, entre otros. Dichas técnicas tienen aplicaciones en una variedad de campos, desde la probabilidad hasta la informática.

A lo largo de esta unidad, las y los docentes en formación adquirirán una comprensión sólida de los principios y técnicas claves relacionados con la notación factorial, variaciones y combinaciones.

Propósito de la unidad de aprendizaje

Se espera que el estudiantado normalista resuelva problemas en los que se utilicen las técnicas de conteo, al distinguir las características de cada una de ellas y relacionarlas con situaciones del contexto comunitario, desde una perspectiva de trabajo colaborativo, en condiciones de equidad, inclusión e interculturalidad, a fin de desarrollar el pensamiento científico, crítico y reflexivo.

Contenidos

- Notación factorial
 - Regla de factoriales
 - Propiedades
- Permutaciones
 - Ordinarias o sin repetición
 - Con repetición
 - Diagramas de árbol
 - Ordenaciones de un conjunto
 - Permutaciones circulares
- Variaciones
 - Variaciones con repetición
 - Variaciones sin repetición
- Combinaciones
 - Ordinarias o sin repetición
 - Con repetición
 - Números combinatorios
 - Binomio de newton

Actividades de aprendizaje

Sugerencias de actividades para técnicas de conteo:

- Investigación acerca de la aplicación de las técnicas de conteo en situaciones reales, como la criptografía, claves bancarias, organización de eventos, programación de horarios de transporte público, entre otros. Después realizar un “collage” con las aportaciones de cada equipo y exposición.

- Dar una explicación de la notación factorial, orígenes, propiedades y su importancia en el conteo. Resolver una lista de problemas donde los docentes en formación calculen factoriales simples y los apliquen en situaciones cotidianas, como el cálculo de formas de organizar objetos.
- Presentar ejemplos de situaciones donde el orden de los elementos es relevante, como el ordenamiento de equipos deportivos o números de teléfono. Proponer problemas de cálculo de permutaciones con y sin repetición.
- Explicar el concepto de variación y ejemplos de aplicación. Proponer problemas de cálculo de variaciones con y sin repetición.
- Introducir el concepto de combinaciones y su aplicación en situaciones donde el orden no importa. Proponer problemas de cálculo de combinaciones y su aplicación en números combinatorios y binomio de Newton.
- Solicitar a los docentes en formación que, en equipos, diseñen sus propios problemas (de permutaciones, variaciones y combinaciones) adecuados a su contexto. Los equipos trabajarán juntos para resolver los problemas de otros compañeros, presentar su solución y explicar su proceso de pensamiento al resto de la clase. Lo anterior con el objetivo de integrar un problemario grupal.
- Asignar a los estudiantes, por equipo, un proyecto en el que deben aplicar las técnicas de conteo en un contexto comunitario específico: cada grupo debe crear un escenario comunitario que requiera la aplicación de técnicas de conteo, como la organización de eventos culturales, la distribución de recursos, etc. Los grupos deben presentar sus escenarios, identificando las variables que requieren contar y explicando por qué se usan técnicas específicas. Después, intercambiar escenarios entre grupos para que otros apliquen las técnicas de conteo y encuentren soluciones.
- Observar a estudiantes de educación básica en situaciones donde tengan que contar grandes conjuntos ¿cómo lo organizan? ¿Qué estrategias utilizan? ¿Cómo hacer avanzar dichas estrategias para que sea más eficiente el conteo? Esta actividad servirá para conformar el proyecto integrador final.

Evaluación de la unidad

A continuación, se presentan los criterios para evaluar la unidad de aprendizaje, por lo que es importante recordar que la importancia está en los tres tipos de saber logrados (saber conocer, saber hacer, saber ser y estar).

De esta manera, la evaluación se concentra en el proceso de aprendizaje y no en la elaboración de productos, por ello, es necesario que el estudiante tenga claridad sobre los resultados del aprendizaje deseado y sobre la evidencia que mostrará dichos aprendizajes, de ahí la importancia de que los criterios del desempeño y las características de las evidencias sean conocidos por el estudiantado desde el inicio del curso.

Evidencias de la unidad	Criterios de evaluación
<p>Portafolio de evidencias que consiste en la compilación de los productos de las actividades realizadas en esta unidad, considerando una reflexión matemática y didáctica que podrían incluir:</p> <p>Collage acerca de aplicaciones de técnicas de conteo en situaciones reales y del contexto comunitario.</p> <p>Listas de ejercicios y problemas con situaciones de permutaciones, variaciones y combinaciones.</p> <p>Problemario colaborativo donde los estudiantes diseñan sus propios problemas relacionados a su comunidad.</p> <p>Proyecto en el que deben aplicar las técnicas de conteo en un contexto comunitario específico.</p>	<p>Saber conocer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Explica el concepto de notación factorial • Establece la diferencia entre una permutación, una variación y una combinación. • Distingue en qué situaciones se emplea la permutación con repetición. • Identifica en qué momento se utiliza la permutación sin repetición. • Describe en qué circunstancias se usa la combinación con repetición. • Determina en qué condiciones se aplica la combinación sin repetición. • Identifica en qué escenarios se recurre a la variación con repetición. • Establece en qué situaciones se utiliza la variación sin repetición. <p>Saber hacer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas que impliquen el uso de combinaciones. • Resuelve problemas que impliquen el uso de permutaciones. • Resuelve problemas que impliquen el uso de variaciones. • Realiza cálculos correctos. • Presenta evidencias o descripciones en la solución de sus cálculos. • Comunica claramente sus ideas, argumentos y conclusiones al resolver problemas. • Diseña y emplea recursos didácticos para favorecer su proceso de aprendizaje. • Usa la innovación y los recursos tecnológicos para fortalecer su proceso de aprendizaje. • Busca información en fuentes confiables. <p>Saber ser y estar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Respeta opiniones. • Participa de forma proactiva. • Es responsable en la entrega de actividades. • Demuestra de manera crítica sus conjeturas. • Utiliza el pensamiento científico, crítico y reflexivo. <p>Vinculación con la comunidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • El estudiantado recupera saberes, sobre la probabilidad, de los docentes, del entorno escolar y de la comunidad.

Bibliografía

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad, o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

Bibliografía básica

- Batanero, M.C., Díaz, J. y Navarro, V. (1996). *Razonamiento Combinatorio*. España: Síntesis.
- Castillo, J. & Gómez, A. (1998) *Estadística inferencial básica*. Ed. Iberoamérica.
- Mendenhall, W. y Sincich, T. (1997). *Probabilidad y Estadística para ingenieros y ciencias*. Ed. Prentice Hall. Pearson Educación.
- Wiśniewski P. (1998). *Ejercicios y problemas de teoría de las probabilidades*. Ed. Trillas.

Bibliografía complementaria

- Mendenhall, W., Beaver R., Beaver, B. (2002). *Introducción a la probabilidad y estadística*. México: Thomson.
- Montgomery, D. C. y Runger, G. C. (2002). *Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería*. Limusa Wiley.
- Walpole, R. E. ; Myers, R. H. y Myers, S. L. (1998). *Probabilidad y estadística aplicadas para ingeniería*. Prentice Hall.

Videos

COMBINATORIA - PERMUTACIÓN - VARIACIÓN - COMBINACIÓN - cómo resolver un problema: <https://www.youtube.com/watch?v=A0wBokBfJWQ>

Grandes temas de la matemática: Capítulo 12: Combinatoria: <https://www.youtube.com/watch?v=tcGjGmQFMks>

Sitios web

App (Google Play): Permutaciones - Combinaciones

App (Google Play): Calculadora factorial

<https://www.disfrutalasmatematicas.com/combinatoria/combinaciones-permutaciones-calculadora.html>

Unidad de aprendizaje II. Enfoques para el estudio de la probabilidad

Presentación

Las actividades y situaciones de aprendizaje que los formadores propondremos a los estudiantes normalistas les permitirán reflexionar en torno a los saberes y usos de la probabilidad en situaciones de su contexto, particularmente en la importancia en la toma de decisiones como ciudadanos, particularmente en el ejercicio de un pensamiento crítico. Es necesario la recuperación de los procesos en su propio aprendizaje de los estocásticos, cómo fueron enseñados, y qué enfoques podrían recuperar en sus prácticas para el estudio de la probabilidad como medida de la incertidumbre, los experimentos deterministas y aleatorios, el enfoque frecuencial, el enfoque clásico, la decisión y la simulación en enfoques subjetivos para introducir el surgimiento de la idea de probabilidad, y el enfoque axiomático, reconociendo que la probabilidad posee también una estructura matemática axiomático-deductiva.

La reflexión sobre cómo permean estos enfoques el diseño didáctico de los formadores y, posteriormente, cómo se hace el diseño didáctico deberá quedar descrito en el proyecto integrador que se sugiere.

Propósito de la unidad de aprendizaje

Se pretende que el estudiantado normalista resuelva problemas, en diversas situaciones y contextos, en los que esté presente la incertidumbre, al distinguir los enfoques relativos al estudio de la probabilidad, las leyes, así como los teoremas que atañen a ésta, desde una perspectiva de trabajo colaborativo, en condiciones de equidad, inclusión e interculturalidad, a fin de desarrollar el pensamiento científico, crítico y reflexivo.

Contenidos

- Frecuencial
 - Modelo de urna y simulación
 - Muestra
 - Ley de los grandes números
- Clásico
 - Espacio muestral
 - Medida de la probabilidad
- Subjetivo
- Axiomático
 - Los tres axiomas de la probabilidad
 - Teoremas fundamentales: regla de la suma, regla del producto, teorema de Bayes

Actividades de aprendizaje

Se pide al estudiantado que realice actividades como las siguientes:

- Problematiza a partir del planteamiento de una pregunta reflexiva: ¿qué es más probable/menos probable en el nacimiento de una persona: que sea mujer o que sea hombre?

En forma individual, lanza cincuenta veces una moneda ordinaria para simular el nacimiento de una y de dos personas: águila puede representar el nacimiento de una mujer y sol el nacimiento de un hombre.

Forman equipos de tres o cuatro personas y socializan sus resultados al lanzar la moneda una y dos veces, respectivamente.

Recolectan los datos de cada uno de los equipos y los concentran en una misma tabla. Posteriormente, trazan la gráfica poligonal con los resultados individuales, de equipo y de grupo.
- Observen y describan diversos contextos en la comunidad en los que se requiere tomar decisiones a partir de conocimientos y saberes sobre estocásticos.
- Observen a estudiantes de educación básica en actividades de probabilidad. Contrasten sus observaciones sobre lecturas de didáctica de los estocásticos, el formador mediante cuestionamientos les ayudará a reconocer que, debido a su madurez cognitiva, los estudiantes de secundaria e incluso algunos de la media superior, pueden tener creencias, concepciones ingenuas o erróneas sobre la incertidumbre o la aleatoriedad, asociándolo a la fatalidad, o a lo azaroso.
- Se organiza a los estudiantes en equipos de cuatro personas y se les proporciona una botella con cierto número de canicas de tres colores: blancas, rojas y negras. Se les indica que, sin ver, deben realizar 300 extracciones de una canica y devolverla a la botella.

Al final de las repeticiones del fenómeno aleatorio, deberán estimar el número de canicas que hay de cada color al interior de la botella.

Recolectan los resultados obtenidos en los demás equipos y los conjuntan en una misma tabla. Enseguida, ratifican o rectifican su estimación sobre el número de canicas que hay de cada color al interior de cada botella.

Se les pide que organicen los resultados en una tabla para las frecuencias absolutas, frecuencias relativas y frecuencias esperadas. Luego, realizan una gráfica poligonal con las frecuencias absolutas y las frecuencias esperadas, a modo de contrastar sus resultados tanto en equipo como en grupo.

Complementariamente, realizan otras gráficas con la probabilidad de ocurrencia de cada color de canica y las frecuencias relativas obtenidas a partir del registro de las frecuencias absolutas.
- Se plantea una situación problema como la siguiente: Tres máquinas de una fábrica A, B y C, producen componentes electrónicos. Manufacturan el 25, 35 y 40% del total de la producción, respectivamente. Cada una de ellas produce un 2, 3 y 4% de componentes inservibles por defectuosos. a) ¿Cuál es la probabilidad de que una componente producida sea defectuosa?

Se pregunta a los estudiantes cómo podrían simular el fenómeno aleatorio correspondiente al problema referido a los componentes electrónicos con defecto o sin defecto.

Se les solicita que realicen en equipo de tres o cuatro personas, un aproximado de 500 repeticiones del fenómeno aleatorio y que organicen los resultados en una tabla de frecuencias absolutas, relativas y esperadas. Asimismo, que tracen dos gráficas poligonales: una para las frecuencias absolutas y las esperadas y otra, para las probabilidades y frecuencias relativas.

- Se pide al estudiantado que elabore un cuadro de doble entrada con las similitudes y diferencias entre los enfoques clásico y frecuencial de la probabilidad.
- Se formaliza el enfoque axiomático de la probabilidad. En equipos de tres personas, el estudiantado propone algunos ejemplos de resolución de problemas en los cuales se puedan aplicar los tres axiomas de la probabilidad.
- En las jornadas de práctica, registrar las prácticas de probabilidad, tanto del entorno, como de las asignaturas que cursan los estudiantes. Será particularmente relevante si registra la observación o escribe una narrativa en caso de que sus prácticas incluyan temas de probabilidad.
- Elabora una secuencia didáctica en la que se desarrolle un proyecto interdisciplinario que incluya probabilidad y la discute en el grupo.

Evaluación de la unidad

A continuación, se presentan los criterios para evaluar la unidad de aprendizaje, por lo que es importante recordar que la importancia está en los tres tipos de saber logrados (saber conocer, saber hacer, saber ser y estar).

De esta manera, la evaluación se concentra en el proceso de aprendizaje y no en la elaboración de productos, por ello, es necesario que el estudiante tenga claridad sobre los resultados del aprendizaje deseado y sobre la evidencia que mostrará dichos aprendizajes, de ahí la importancia de que los criterios del desempeño y las características de las evidencias sean conocidos por el estudiantado desde el inicio del curso.

Evidencias de la unidad	Criterios de evaluación
Portafolio de evidencias que consiste en la compilación de los productos de las actividades realizadas en esta unidad, considerando una reflexión matemática y didáctica que podrían incluir:	<p>Saber conocer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Distingue los diferentes enfoques para estudiar la probabilidad. • Comprende el concepto de probabilidad. • Explica el concepto de espacio muestral. • Distingue un evento simple. • Reconoce un evento compuesto. • Define un evento complementario.

<p>Una recopilación de fichas de juegos y experimentos aleatorios</p> <p>El registro de una observación de estudiantes resolviendo problemas de probabilidad, o de actividades de la comunidad.</p> <p>Diseño y discusión de una secuencia didáctica.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Describe la unión de eventos mutuamente excluyentes. • Distingue la diferencia entre un evento dependiente y un evento independiente. • Reconoce en qué situaciones se aplica la regla. • Identifica en qué condiciones se utiliza la regla del producto. • Distingue en qué situación se usa el Teorema de Bayes <p>Saber hacer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Utiliza la probabilidad para resolver problemas, considerando el tipo de evento. • Resuelve problemas que impliquen la utilización del Teorema de Bayes. • Realiza cálculos correctos. • Presenta evidencias o descripciones en la solución de sus cálculos. • Comunica claramente sus ideas, argumentos y conclusiones al resolver problemas. • Diseña y emplea recursos didácticos para favorecer su proceso de aprendizaje. • Usa la innovación y los recursos tecnológicos para fortalecer su proceso de aprendizaje. • Busca información en fuentes confiables. <p>Saber ser y estar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Respeta opiniones. • Participa de forma proactiva. • Es responsable en la entrega de actividades. • Demuestra de manera crítica sus conjeturas. • Utiliza el pensamiento científico, crítico y reflexivo. <p>Vinculación con la comunidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • El estudiantado recupera saberes, sobre las técnicas de conteo y los diferentes tipos de eventos, de los docentes, del entorno escolar y de la comunidad.
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Bibliografía

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad, o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

Bibliografía básica

- Mendenhall, W. Beaver, B. J. y Beaver, B. M. (2010). *Introducción a la probabilidad y estadística*. Cengage Learning Editores.
- Willoughby, S. S. (2001). *Probabilidad y Estadística*. Publicaciones Cultural.
- Wisniewski, M. y Velasco, G. (2001). *Problemario de probabilidad*. Thomson Learning.

Bibliografía complementaria

- Mendenhall, W. y Sincich, T. (1997). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencia*. Prentice Hall.
- Montgomery, D. C. y Runger, G. C. (2002). *Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería*. Limusa Wiley.
- Walpole, R. E. ; Myers, R. H. y Myers, S. L. (1998). *Probabilidad y estadística aplicadas para ingeniería*. Prentice Hall.

Videos

<https://www.youtube.com/watch?v=W72vfdbcVks>

<https://www.youtube.com/watch?v=W72vfdbcVks&t=6s>

<https://www.youtube.com/watch?v=22cnmMzYU24>

Recursos de apoyo

<https://www.geogebra.org/m/qjWuUAgs>

<https://www.geogebra.org/m/szm4ffq2>

<https://www.geogebra.org/m/z2cKzMwJ>

Sitios web

<https://es.khanacademy.org/math/statistics-probability/probability-library>

<https://es.khanacademy.org/math/statistics-probability/designing-studies>

<https://es.khanacademy.org/math/statistics-probability/modeling-distributions-of-data>

Unidad de aprendizaje III. Variable aleatoria discreta

Presentación

Esta unidad retoma la recomendación de López-Mojica y Aké (2019), de seguir una secuencia que parta de un enfoque intuitivo, posteriormente trabajar simultáneamente los enfoques frecuencial y clásico, y en un tercer momento se pueda arribar a la comprensión de un enfoque axiomático. Así pues, en esta tercera unidad las actividades tenderán a buscar una generalización de los experimentos aleatorios, que, si bien se han expresado mediante reglas de su funcionamiento, como las reglas de la suma y del producto, es importante avanzar en una construcción del pensamiento probabilístico más formal, incluso de naturaleza algebraica, que se exprese mediante una variable aleatoria y una función de probabilidad.

De esta manera en este curso se introduce una de las ideas fundamentales para el desarrollo del pensamiento estocástico de acuerdo con Heitele (1975): la de variable aleatoria, y diversas representaciones de una función de probabilidad, como su distribución. Dada la naturaleza de los experimentos aleatorios presentados, se propuso distribuciones de probabilidad con variables discretas.

No olvidar que algunas actividades de esta unidad formarán parte del proyecto integrador de este semestre que se sugiere, el cual consiste en la construcción de la narrativa de la práctica docente.

Propósito de la unidad de aprendizaje

Se espera que el estudiantado normalista tome decisiones a través de la evaluación y el planteamiento de alternativas, al resolver problemas sobre diversas situaciones y contextos en los que se utilice la variable aleatoria discreta, a partir de la identificación de las características de las distribuciones de probabilidad, desde una perspectiva de trabajo colaborativo, en condiciones de equidad, inclusión e interculturalidad, a fin de desarrollar el pensamiento probabilístico científico, crítico y reflexivo.

Contenidos

- Distribución de probabilidad
- Valor esperado
- Varianza y desviación estándar
- Distribuciones de probabilidad
 - Bernoulli
 - Binomial

Actividades de aprendizaje

Se sugiere iniciar esta unidad con algunas lecturas sobre didáctica de la probabilidad que los formadores y los estudiantes podrán buscar de manera autónoma. Ojeda, A. (2007) es un ejemplo de tipo de textos a ser abordado.

Se sugiere abordar algunos problemas donde distingan variables, funciones y distribuciones de probabilidad. ¿Qué dificultades pueden tener los estudiantes en la comprensión de la variabilidad en probabilidad?

Se sugiere estudiar dos casos de variables discretas notables: la variable de Bernoulli y la variable Binomial ¿En qué casos conviene la utilización de estas variables?

Es importante hacer tablas y gráficas donde los estudiantes puedan dar significado a experimentos aleatorios específicos.

Se sugiere obtener el valor esperado o “valor promedio”, la varianza y la desviación estándar de un conjunto de valores como una forma de caracterizar su comportamiento.

Como ya se han estudiado las características de dos variables discretas notables, se sugiere estudiar sus distribuciones de probabilidad: la distribución de Bernoulli y la distribución binomial. Se sugiere utilizar algunos soportes informáticos como GeoGebra.

A lo largo de los problemas propuestos, es importante que las y los estudiantes elaboren una narrativa sobre las dificultades que ellos y los estudiantes de educación obligatoria tienen en el abordaje de temas de probabilidad, particularmente los que involucran variables discretas.

Evaluación de la unidad

A continuación, se presentan los criterios para evaluar la unidad de aprendizaje, por lo que es importante recordar que la importancia está en los tres tipos de saber logrados (saber conocer, saber hacer, saber ser y estar).

De esta manera, la evaluación se concentra en el proceso de aprendizaje y no en la elaboración de productos, por ello, es necesario que el estudiante tenga claridad sobre los resultados del aprendizaje deseado y sobre la evidencia que mostrará dichos aprendizajes, de ahí la importancia de que los criterios del desempeño y las características de las evidencias sean conocidos por el estudiantado desde el inicio del curso.

Evidencias de la unidad	Criterios de evaluación
<p>Portafolio de evidencias que consiste en la compilación de los productos de las actividades realizadas en esta unidad, considerando una reflexión matemática y didáctica que podrían incluir:</p> <p>Texto reflexivo sobre los procedimientos que siguieron de manera personal en la resolución de problemas asociados a distribuciones de probabilidad, fundamentados en las lecturas sobre didáctica de la probabilidad.</p> <p>Propuesta didáctica para abordar temas de probabilidad en la educación obligatoria, y fundamentarla con los textos de didáctica de la probabilidad.</p>	<p>Saber conocer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica qué es una variable aleatoria discreta. • Define una distribución de probabilidad. • Relaciona la varianza y desviación con la distribución de probabilidad. • Identifica las principales distribuciones de probabilidad. <p>Saber hacer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas que impliquen el cálculo de un valor esperado al emplear las distribuciones de probabilidad. • Utiliza diferentes distribuciones de probabilidad en la resolución de problemas del contexto. • Realiza cálculos correctos en la construcción de distribuciones de probabilidad. • Presenta evidencias o descripciones en la solución de sus cálculos. • Comunica claramente sus ideas, argumentos y conclusiones al resolver problemas. • Diseña y emplea recursos didácticos para favorecer su proceso de aprendizaje. • Usa la innovación y los recursos tecnológicos para fortalecer su proceso de aprendizaje. • Busca información en fuentes confiables. <p>Saber ser y estar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Respeta opiniones. • Participa de forma proactiva. • Es responsable en la entrega de actividades. • Demuestra de manera crítica sus conjeturas. • Utiliza el pensamiento científico, crítico y reflexivo. <p>Vinculación con la comunidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • El estudiantado recupera saberes sobre la probabilidad de eventos aleatorios en el entorno escolar y de la comunidad, los caracteriza y los modela.

Bibliografía

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad, o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

Bibliografía básica

- Bannet, J. et al. (2011). Razonamiento Estadístico. Pearson.
- Garza, B. (2014). Probabilidad y estadística. Pearson.
- Johnson, R. (2008). Estadística Elemental: Lo Esencial. Cengage.
- Ojeda, A. (2007). Azar y grandes números en didáctica de la probabilidad. En Probabilidades y Estadística en Matemática Educativa. Seminario de Investigación. México. CINVESTAV, IPN.
- Salazar, E. (2010). La predicción y el azar. ENSM.
- Sánchez, E., Inzunza, S., y Ávila, R. (2015). Probabilidad y estadística. Grupo Editorial Patria.
- Ursini, S., Rojano, T. y Monchón, S. (2000). Matemáticas con la Hoja electrónica de cálculo. Proyecto EMAT. CINVESTAV – SEP.

Bibliografía complementaria

- Nieves, A. y Domínguez, F. (2010). Probabilidad y Estadística para Ingeniería, un enfoque moderno. Editorial Mc Graw Hill.
- Rivera, M. (2014). Probabilidad y Estadística. GAFRA Editores.
- Sánchez, E. (2013). Elementos de Estadística y su Didáctica a Nivel bachillerato. SEP.
- Sánchez, Octavio. (2003). Probabilidad y Estadística. México: McGraw-Hill.

Videos

- <https://es.khanacademy.org/math/statistics-probability/random-variables-stats-library/random-variables-discrete/v/random-variables>
- <https://es.khanacademy.org/math/statistics-probability/random-variables-stats-library/random-variables-discrete/v/discrete-and-continuous-random-variables>
- <https://es.khanacademy.org/math/statistics-probability/random-variables-stats-library/random-variables-discrete/v/discrete-probability-distribution>
- <https://es.khanacademy.org/math/statistics-probability/random-variables-stats-library/random-variables-discrete/e/constructing-probability-distributions>
- <https://es.khanacademy.org/math/statistics-probability/random-variables-stats-library/binomial-random-variables/v/binomial-distribution>
- <https://es.khanacademy.org/math/statistics-probability/random-variables-stats-library/binomial-random-variables/v/visualizing-a-binomial-distribution>

Recursos de apoyo

- <https://matemovil.com/variable-aleatoria-discreta-y-continua/>

- <https://blogs.ugto.mx/contador/clase-digital-3-variables-aleatorias-discretas/>
- <https://www.intermatia.com/ejercicios.php>

Sitios web

- <https://www.mathsisfun.com/data/random-variables.html>
- <https://nrich.maths.org/13852>
- https://www.dm.uba.ar/materias/estadistica_Q/2010/2/C04Variables%20Aleatorias.pdf
- https://campusvirtual.uil.es/ocw/pluginfile.php/6018/mod_resource/content/1/tema8/ME8.2-variables.pdf
- <https://www.uv.es/ceaces/base/modelos%20de%20probabilidad/MODEPR1.htm>

Evidencia integradora del curso

Como resultado del proyecto integrador que se sugiere para este semestre, el estudiantado elabora un documento que incluye una descripción de los saberes sobre estocásticos de la comunidad y de las y los estudiantes, y de sus propias dificultades en el aprendizaje; una secuencia didáctica que aborde estocásticos, la evaluación de la secuencia a través del análisis de la narrativa de su experiencia y el contraste con algunos didactas de la probabilidad.

Evidencia integradora	Criterios de evaluación de la evidencia integradora
<p>Documentos reflexivos y análisis de una narrativa docente.</p>	<p>Saber conocer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Demuestra conocimientos de técnicas de conteo, de probabilidad, reglas, teoremas asociados, variables discretas y distribuciones de probabilidad de variable discreta y los reconoce en su entorno. • Conoce aspectos de la didáctica de la probabilidad y los relaciona con sus observaciones y las prácticas profesionales. <p>Saber hacer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas que impliquen el cálculo y las distribuciones de probabilidad. • Presenta evidencias o descripciones en la solución de sus cálculos. • Comunica claramente sus ideas, argumentos y conclusiones al resolver problemas. • Elabora descripciones y narrativas de las prácticas asociadas al estudio de la probabilidad. • Diseña y emplea recursos didácticos para favorecer el proceso de aprendizaje de la probabilidad. • Usa la innovación y los recursos tecnológicos para fortalecer su proceso de aprendizaje. • Busca información en fuentes confiables. <p>Saber ser y estar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Respeta opiniones. • Participa de forma proactiva. • Demuestra de manera crítica sus conjeturas. • Utiliza el pensamiento científico, crítico y reflexivo. <p>Vinculación con la comunidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • El estudiantado recupera saberes sobre la probabilidad de eventos aleatorios en el entorno escolar y de la comunidad, los caracteriza y los modela.

Perfil académico sugerido

Nivel Académico

Obligatorio: Nivel de licenciatura, preferentemente maestría o doctorado en el área de conocimiento de matemáticas, matemática educativa o ciencias exactas.

Deseable: Experiencia de investigación en el área de matemáticas o matemática educativa.

Experiencia docente para:

- Conducir grupos.
- Trabajo por proyectos.
- Utilizar las TICCAD en los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Retroalimentar oportunamente el aprendizaje de los estudiantes.
- Experiencia profesional en escuelas de educación superior.
- Referida a la experiencia laboral en la profesión sea en el sector público, privado o de la sociedad civil.

Referencias de este programa

Avalos-Rogel y Mecott M. (2006). La construcción de una praxeología de la formación docente en un programa de formación profesionalizante dirigido a maestros normalistas con un enfoque de la docencia reflexiva. Memorias del IX Congreso Nacional de Investigación Educativa. México: COMIE.

DOF (2022). ACUERDO número 16/08/22 por el que se establecen los Planes y Programas de Estudio de las Licenciaturas para la Formación de Maestras y Maestros de Educación Básica que se indican. Anexo 12. Plan de estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. *Diario Oficial de la Federación*, lunes 29 de agosto de 2022. Gobierno de la República.

Domingo, A. y Gómez, M. (2014). *La práctica reflexiva. Bases, modelos e instrumentos*. Narcea de Ediciones. 150 páginas. ISBN: 978-34-277-1999-6.

Elizarrarás, S. (2023). Aportaciones en estocásticos para la formación inicial de docentes de matemáticas.: una perspectiva epistemológica, cognitiva y social. En: *Investigación Educativa: formación, aportaciones y discusiones de maestros mexicanos*. E. Pérez (Coordinador). Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México. 103-128. Disponible en: http://apps.isceem.edu.mx/publicaciones/Libros/DetalleLibro/libro_9

Heitele, D. (1975). An epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas. *Educational Studies in Mathematics*, 6, 187-205. Reidel, Holanda.

López-Mojica, J., y Aké, L. P. (2019). Argumentos intuitivos de futuros profesores: una experiencia con probabilidad. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 14, 1-18.

Ojeda, A. M. (2003). Azar y grandes números en didáctica de la probabilidad. En: *Matemática Educativa. Aspectos de la investigación actual*. E. Filloy (Coordinador). Centro de Investigación y Estudios Avanzados - Fondo de Cultura Económica; 158-173.

Ojeda, A. M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. *Matemática Educativa, treinta años: una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual*. E. Filloy (Ed.). Santillana, Cinvestav del IPN; 195-214.

Ojeda, A. M. (1994). *Understanding Fundamental Ideas of Probability at Pre-university Levels*. Tesis de doctorado no publicada. King's College London.

Piaget, J. e Inhelder, B. (1951). *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*. Presses Universitaires de France.