



Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas

Plan de Estudios 2022

Estrategia Nacional de Mejora
de las Escuelas Normales

Programa del curso

Trigonometría

Tercer semestre

Primera edición: 2023

Esta edición estuvo a cargo de la Dirección General
de Educación Superior para el Magisterio
Av. Universidad 1200. Quinto piso, Col. Xoco,
C.P. 03330, Ciudad de México

D.R. Secretaría de Educación Pública, 2023
Argentina 28, Col. Centro, C. P. 06020, Ciudad de México

Trayecto formativo: **Formación pedagógica, didáctica e interdisciplinar**

Carácter del curso: **Currículo Nacional Base** Horas: **4** Créditos: **4.5**

Índice

Propósito y descripción general del curso.....	5
Cursos con los que se relaciona.....	7
Dominios y desempeños del perfil de egreso a los que contribuye el curso.....	9
Estructura del curso.....	11
Orientaciones para el aprendizaje y la enseñanza	13
Sugerencias de evaluación.....	18
Unidad de aprendizaje I. Aspectos fundamentales de la Trigonometría.....	21
Unidad de aprendizaje II. Razones trigonométricas	28
Unidad de aprendizaje III. Funciones circulares	35
Evidencia integradora del curso	41
Perfil académico sugerido.....	43
Referencias de este programa	44

Propósito y descripción general del curso

Propósito general

Se espera que el estudiantado normalista construya argumentos para validar y probar conjeturas sobre las relaciones métricas entre componentes de triángulos, a partir de la resolución de problemas relacionados con la trigonometría, articulados con otras ramas de las matemáticas, diferentes áreas del conocimiento y situaciones del contexto, la comprensión de conceptos y técnicas, sus orígenes, y evolución, en un ambiente colaborativo de equipos de trabajo, con condiciones de equidad, inclusión e interculturalidad, y el uso de las Tecnologías de la Información, Comunicación, Conocimiento y Aprendizaje Digitales (TICCAD), a fin de generar experiencias de aprendizaje que puedan ser implementadas en su práctica docente y desarrollar el pensamiento científico, crítico y creativo.

Antecedentes

Cuando la geometría euclidiana no fue suficiente para resolver los problemas con instrumentos no manipulables (por ejemplo, el cálculo de distancias inaccesibles) surge la trigonometría (Suárez, 2017), la cual tuvo su origen con el círculo trigonométrico en la observación de los cielos en Grecia; después de un siglo tomó fuerza con la interpretación de las funciones como proporciones de los lados de un triángulo rectángulo, sin embargo, no tuvo relevancia hasta mediados del siglo XVI.

En el caso de las razones trigonométricas, puede señalarse que históricamente ha existido una dicotomía en la enseñanza de la trigonometría que representa un obstáculo para los estudiantes, pues, por un lado, tenemos una aproximación con el triángulo rectángulo donde los ángulos se miden en grados y se definen funciones trigonométricas como proporciones de los lados de un triángulo rectángulo.

Por otro lado, nos encontramos con el círculo donde los ángulos se miden en radianes y las funciones trigonométricas se expresan en términos de coordenadas cartesianas de un círculo unitario ubicado en el origen (Bressoud, 2010). En este sentido, muchos de los libros existentes adoptan posiciones tradicionales que simplemente presentan los conceptos, las propiedades esenciales y las aplicaciones al cálculo de elementos de un triángulo o problemas de distancias inaccesibles, que no toman significado para el estudiantado. Aunado a ello, hay investigaciones que reportan el fracaso o bajo nivel de las y los estudiantes en la comprensión y elaboración de demostraciones (Martínez - Recio y Godino, 2001). En los Principios y Estándares de la *National Council of Teachers of Mathematics* (NTCM, 2020), que es un referente curricular a nivel mundial, no se ve un enfoque metodológico de la enseñanza de la Trigonometría, ni tampoco hay pautas claras que indiquen cómo enseñar y aprender los conceptos

trigonométricos en sus distintas formas (numérica, geométrica, algebraica, analítica o funcional).

Las investigaciones educativas indican las dificultades del alumnado en el aprendizaje en la manipulación, interpretación y significado de las razones, ecuaciones e identidades en las funciones vinculadas a las relaciones trigonométricas, en su análisis didáctico y en las incorrecciones con el uso de la notación en la solución de algunas tareas. Algunos autores como De Kee, Mura y Dionne (1996) reportan que los estudiantes generalizan las propiedades de los triángulos rectángulos a cualquier tipo de triángulo, es importante reseñar que las razones trigonométricas están en una estrecha relación con las funciones trigonométricas y el teorema de Pitágoras y se reconocen en el tratamiento de las identidades trigonométricas, así como en otras aplicaciones a problemas en el campo de la geometría y otros campos disciplinarios como la topografía y la física, es por ello que el software de geometría dinámica puede desempeñar un papel importante en la enseñanza y aprendizaje de la trigonometría, por ello es necesario priorizar el uso y manejo de software y optimizar los recursos que brinda la tecnología, y apoyar al estudiantado a interpretar, comprende y solucionar situaciones problemáticas en diferentes contextos matemáticos y, así poder llegar a soluciones concretas (Herrera 2013; Lewis, 1996; Montiel y Buendía 2013).

Descripción

El curso de Trigonometría está ubicado en el tercer semestre del Plan de Estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas y pertenece al trayecto Formación Pedagógica y Didáctica. Se centra en la elaboración de conjeturas sobre los procesos de medición de longitudes inaccesibles, así también, discute las condiciones mínimas y necesarias para poder determinar esas longitudes. Es importante afirmar el hecho de que a cada ángulo se le asocia una razón matemática para transitar a las funciones trigonométricas. De igual manera, que los estudiantes puedan comprender y argumentar algunas propiedades y relaciones entre las funciones trigonométricas.

Para este curso se consideran tres unidades de aprendizaje, las cuales están relacionadas de manera estratégica, con la finalidad de desarrollar algunas habilidades establecidas en el perfil de egreso. En ese sentido, la primera unidad va encaminada a conocer antecedentes históricos, así como sentar las bases de la trigonometría; la segunda unidad, se enfoca en la resolución de problemas, a partir de la utilización de los diferentes tipos de razones relacionadas con las funciones trigonométricas; por último, la tercera unidad permite establecer una relación entre el círculo unitario, las funciones trigonométricas y sus gráficas.

Cursos con los que se relaciona

El enfoque holista propuesto para esta licenciatura favorece una vinculación entre los contenidos del curso Trigonometría con los otros cursos del trayecto formativo Formación pedagógica, didáctica y disciplinar. En particular con:

- *Geometría plana y del espacio* ubicado en el primer semestre, ya que en este curso se fortalecieron los procesos de construcción, medición y análisis de triángulos y sus propiedades, así como la elaboración de conjeturas y demostraciones de los teoremas de Tales y de Pitágoras.
- *Software de apoyo a las matemáticas* de primer semestre, pues en él se abordan herramientas como el uso de calculadoras, el manejo de graficadores y simuladores, esenciales para el estudio de la trigonometría.
- *Soportes tecnológicos para la enseñanza de las matemáticas*, orientado al aprendizaje mediante materiales y estrategias innovadoras en la enseñanza de la trigonometría, a través del análisis, experimentación y selección de estos.
- *Álgebra y funciones* del segundo semestre, porque permite el planteamiento de modelos matemáticos, a partir de la identificación de las variables y el proceso para encontrar los valores de éstas.
- *Geometría analítica*, que se cursa en el mismo semestre, siendo el estudio del plano cartesiano la base para la graficación de funciones trigonométricas y la modelación de relaciones y de lugares geométricos.
- *Cálculo diferencial*, como subsecuente, pues las funciones trigonométricas pueden ser expresadas como una razón variacional. Una aplicación importante es abordar cómo las funciones trigonométricas son fundamentales para el análisis general de funciones.
- *Cálculo integral* del quinto semestre, en donde se busca efficientar los procesos de integración de funciones al hacer uso de las identidades trigonométricas.
- *Didáctica de las matemáticas en educación básica*, pues en el cuarto semestre se estudian los procesos de enseñanza y aprendizaje de las propiedades de los triángulos, semejanza, congruencia, y medida.
- También se relaciona con el curso *Intervención didáctico-pedagógica y trabajo docente* del trayecto formativo Práctica profesional y saber pedagógico, al proponerse el diseño de la intervención didáctica como proyecto integrador del tercer semestre, para ello, es necesario recuperar los saberes comunitarios que utilizan saberes de la trigonometría, además de que se elaborarán secuencias didácticas vinculadas con otras ciencias utilizando los saberes de este curso.

Es de suma importancia que el personal docente responsable del curso trabaje de manera colegiada con sus pares del mismo semestre para la construcción del diseño del proyecto de intervención que se propone como evidencia común del tercer semestre, resultado del proyecto integrador.

Responsables del codiseño del curso

Este curso fue elaborado las y los docentes normalistas: Emma Luz Velasco Zamora del Instituto Superior de Educación Normal del Estado de Colima, Marleny Hernández Escobar de la Escuela Normal Superior de México, Alejandra Avalos Rogel de la Escuela Normal Superior de México, Pablo Alberto Macías de la Escuela Normal Superior de Jalisco y Thalía Elizabeth Venegas Gil de la Escuela Normal Superior Oficial de Guanajuato.

Así como expertos en el diseño curricular: Julio César Leyva Ruiz, Sandra Elizabeth Jaime Martínez, Gladys Añorve Añorve y María del Pilar González Islas de la Dirección General de Educación Superior para el Magisterio.

Dominios y desempeños del perfil de egreso a los que contribuye el curso

Perfil general

La egresada y el egresado es un docente profesional de la educación que: Conoce el marco normativo y organizativo del Sistema Educativo Nacional, asume sus principios filosóficos, éticos, legales y normativos, identifica sus orientaciones pedagógicas, domina enfoques y contenidos de los planes y programas de estudio y es crítico y propositivo en su aplicación. Es capaz de contextualizar el proceso de aprendizaje e incorporar temas y contenidos locales, regionales, nacionales y globales significativos; planifica, desarrolla y evalúa su práctica docente al considerar las diferentes modalidades y formas de organización de las escuelas. Diseña y gestiona ambientes de aprendizaje presenciales, híbridos y a distancia, respondiendo creativamente a los escenarios cambiantes de la educación y el contexto; posee saberes y dominios para participar en la gestión escolar, contribuir en los proyectos de mejora institucional, fomentar la convivencia en la comunidad educativa y vincular la escuela a la comunidad.

Dominios del saber: saber ser y estar, saber conocer y saber hacer

Conoce el Sistema Educativo Nacional y domina los enfoques y contenidos de los planes y programas de estudio, los contextualiza e incorpora críticamente contenidos locales, regionales, nacionales y globales significativos.

Asume la tarea educativa como compromiso de formación de una ciudadanía libre que ejerce sus derechos y reconoce los derechos de todas y todos y hace de la educación un modo de contribuir en la lucha contra la pobreza, la desigualdad, la deshumanización y todo tipo de exclusión.

Tiene pensamiento reflexivo, crítico, creativo, sistémico y actúa con valores y principios que hacen al bien común promoviendo en sus relaciones la equidad de género, relaciones interculturales de diálogo y simetría, una vida saludable, la conciencia de cuidado activo de la naturaleza y el medio ambiente, el respeto a los derechos humanos, y la erradicación de toda forma de violencia como parte de la identidad docente.

Perfil profesional

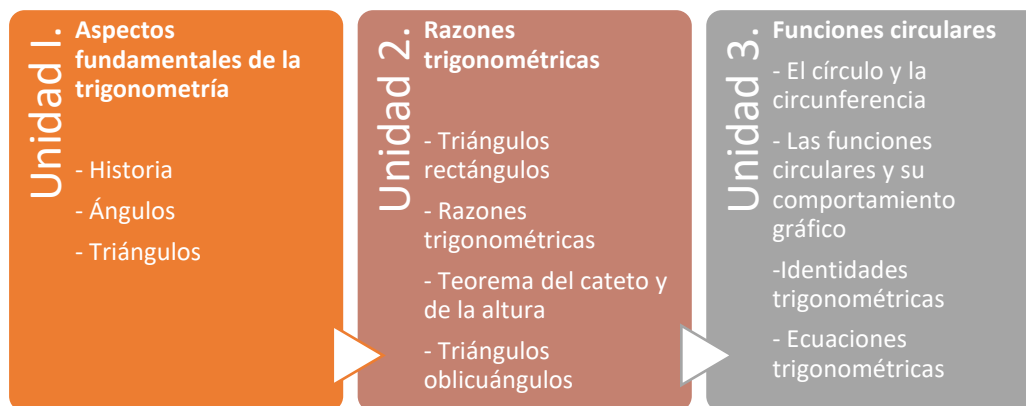
Actúa con valores y principios cívicos, éticos y legales inherentes a su responsabilidad social y su labor profesional desde el enfoque de Derechos Humanos, la sostenibilidad, igualdad y equidad de género, de inclusión y de las perspectivas humanística e intercultural crítica.

- Asume una conciencia como sujeto histórico y reflexiona sobre los principales problemas, necesidades y deficiencias del sistema educativo mexicano, al conocer su devenir, en especial, los que atañen a su entidad y, reconoce la importancia de la educación pública como componente de una política pública basada en la interculturalidad, la justicia, la democracia y la equidad, cuyo fin es garantizar el derecho a la educación de todas las personas mexicanas.
- Reconoce su identidad docente y cultural al conducirse de manera ética, desde los enfoques de derechos humanos e intercultural y con sentido humanista, considerando las bases epistemológicas, filosóficas, y los principios legales que sustentan y organizan el sistema educativo mexicano.
- Desarrolla su capacidad de agencia para la transformación de su práctica en el aula, la escuela y la comunidad.

Utiliza las Matemáticas y su didáctica para hacer transposiciones didácticas, de acuerdo con las características, contextos, saberes del estudiantado, a fin de abordar los contenidos curriculares de los planes y programas de estudio vigentes del nivel básico y medio superior.

- Comprende los marcos teóricos y epistemológicos de las Matemáticas, sus avances y enfoques didácticos para incorporarlos, tanto en proyectos de investigación como en las transposiciones didácticas para su enseñanza y aprendizaje, que incide en el pensamiento lógico-matemático del alumnado, de manera congruente con los planes y programas de estudio vigentes.
- Articula el conocimiento de la matemática, su didáctica y el saber de otras disciplinas, mediante la recuperación de saberes comunitarios, para conformar marcos explicativos y de intervención eficaces entre el estudiantado.
- Aplica la articulación, los propósitos, los contenidos y el enfoque de enseñanza de las matemáticas en la educación obligatoria, e incorpora el trabajo reflexivo y comprensivo de los contenidos para facilitar la enseñanza y aprendizaje de la disciplina.

Estructura del curso



I. Aspectos fundamentales de la trigonometría

- Historia
- Ángulos
 - Concepto y construcción
 - Unidades de medida y conversiones
 - Clasificación de los ángulos
 - Los ángulos dentro del plano cartesiano
- Triángulos
 - Clasificación y sus propiedades
 - Ángulos y triángulos semejantes

II. Razones trigonométricas

- Triángulos rectángulos. El teorema de Pitágoras
- Razones trigonométricas
- Teorema del cateto y de la altura
- Triángulos oblicuángulos

- Ley de senos
- Ley de cosenos
- Área de un triángulo

III. Funciones circulares

- El círculo y la circunferencia
- Las funciones circulares y su comportamiento gráfico
- Identidades trigonométricas
- Ecuaciones trigonométricas

Orientaciones para el aprendizaje y la enseñanza

El enfoque metodológico que se sugiere para desarrollar este curso está encaminado a la construcción de ambientes de aprendizaje activos, a partir de situaciones que impliquen el uso de la Trigonometría en la resolución de problemas, que van desde circunstancias de la vida cotidiana en el contexto de diversos oficios, hasta realizar cálculos relacionados con otras áreas de conocimiento.

Se sugiere proponer actividades en las que el estudiantado ponga en juego conceptos, técnicas e instrumentos, recupere los problemas históricos que le dieron origen, reflexione sobre los saberes teóricos y procedimentales, así también, se espera la socialización y la confrontación con otros textos que ayuden al reconocimiento de contenidos convencionales, pertenecientes a una cultura matemática.

Los problemas que se presenten podrán vincular los contenidos abordados en el curso que servirán como modelos para abordar, representar y explicar situaciones de otras asignaturas y del contexto, favoreciendo la interdisciplinariedad y la transdisciplinariedad.

La evidencia de los resultados da cuenta de los procesos de resolución de problemas diversos, como los del cálculo de distancias inaccesibles, la justificación de los procedimientos empleados, la elaboración de conjeturas, así como la argumentación para la prueba.

El abordaje del estudio de la historia de la trigonometría favorece la comprensión del tipo de problemas que se pueden abordar, y la comprensión de los diferentes obstáculos cognitivos y didácticos que se presentan por la evolución de sus conceptos. Por lo que se sugiere que el formador contemple la enseñanza y aprendizaje de los conceptos trigonométricos en sus distintas formas de presentación y de interpretación (numérica, geométrica, algebraica, analítica o funcional).

También se sugiere el uso de graficadores dinámicos, así como de elementos del contexto que puedan utilizarse como recursos didácticos, con el propósito de que las y los normalistas desarrollen la capacidad de propiciar el aprendizaje en alumnos de educación básica y media superior, incorporando las características del contexto en el que se encuentren, a partir de procesos de enseñanza y de aprendizaje situados.

En cuanto a lo referido con validar y probar conjeturas, se recomienda resolver ejercicios del tipo de demostración sin palabras que se encuentran en textos o en videos.

Para el caso de la evaluación, algunas evidencias recuperarán elementos de los saberes de trigonometría que se usan en la comunidad en el marco de algunos oficios, para ello, será necesario un diagnóstico de los saberes escolares de las y los estudiantes de la normal y del estudiantado de la escuela secundaria. Estos elementos contribuyen a la elaboración de una propuesta de intervención que tenga los saberes

comunitarios en el centro, y sea posible sistematizarlos y completarlos en el marco matemático que se está construyendo. Un ejemplo, es la recuperación de los saberes trigonométricos de las costureras, de los albañiles, de los pueblos originarios, entre otros, como ha sido la observación de los cuerpos celestes.

Este aspecto será importante cuando los futuros docentes participen en la elaboración de contenidos transversales en los programas analíticos del campo formativo de saberes y pensamiento científico.

Se espera que el profesorado diseñe actividades prácticas e integradoras con el proyecto de este semestre en torno a la intervención didáctica, que conlleven al desarrollo de habilidades docentes en el estudiantado, al ser partícipes de diversas estrategias encaminadas al logro de un aprendizaje significativo. Se sugiere trabajar en forma colaborativa con otros docentes, con la finalidad de generar productos de aprendizaje comunes.

Se sugiere al formador que incorpore la perspectiva de género y el enfoque intercultural crítico en su intervención docente, así como en el proceso de aprendizaje mediante procesos de interacción, vinculación, apreciación y respeto de la diversidad. Además, el lenguaje utilizado por el conductor del curso deberá incorporar dicha perspectiva, para lo cual se sugiere revisar la Guía para el uso de un lenguaje incluyente y no sexista, de la Comisión Nacional de Derechos Humanos, 2017 México, en: <https://www.derechoshumanoscdmx.gob.mx/wp-content/uploads/GUIALINS2017.pdf>

Se sugiere atender diferentes perfiles cognitivos y contextos de las Escuelas Normales, donde el estudiantado al realizarlas, individual y/o colaborativamente, recupera sus estrategias y saberes y los vincula con los aprendizajes propuestos, cuidando que al mismo tiempo que se abordan los contenidos, se desarrollen los desempeños del perfil de egreso.

Proyecto integrador

El Plan de estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas establece que “Al término de cada curso se incorporará una evidencia o proyecto integrador desarrollado por el estudiantado, de manera individual o en equipos como parte del aprendizaje colaborativo, que permita demostrar el saber ser y estar, el saber, y el saber hacer, en la resolución de situaciones de aprendizaje. Se sugiere que la evidencia final sea el proyecto integrador del semestre, que permita evidenciar la formación holística e integral del estudiantado y, al mismo tiempo, concrete la relación de los diversos cursos y trabajo colaborativo, en academia, las maestras y maestros responsables de otros cursos que constituyen el semestre, a fin de evitar la acumulación de evidencias fragmentadas y dispersas” (DOF, 2022, pp. 30-31).

En este semestre se propone recuperar la experiencia que ya tiene el estudiantado en la descripción del contexto y en la elaboración del diagnóstico, desarrollado en los dos primeros semestres, para recuperar los saberes de la trigonometría que tiene la comunidad, así como para recuperar lo que saben los estudiantes de la educación obligatoria sobre trigonometría, con el fin de adquirir los elementos necesarios y suficientes para la construcción de un proyecto de intervención didáctica.

Se define al proyecto de intervención como el diseño colaborativo de propósitos, estrategias, y actividades en las que se involucran algunos actores educativos de una comunidad para atender alguna problemática detectada en el diagnóstico, relacionada con el alcance del perfil de egreso de la educación obligatoria, con la gestión y la organización escolar, o con las necesidades específicas de aprendizaje de las matemáticas en la comunidad. Las estrategias pueden ser innovadoras, en tanto se atienden necesidades en contextos específicos y se diseñan actividades presenciales, a distancia e híbridas.

Características del proyecto de intervención del tercer semestre

Un proyecto de intervención es una estrategia que guía algunas acciones al interior de los espacios educativos, en el marco de un proyecto institucional, por lo que se convierte en una actividad cotidiana que forma parte de las prácticas docentes. Involucra a diversos actores educativos: recupera las fortalezas de los participantes para su elaboración, su ejecución y evaluación; apela a su capacidad de agencia y a su autonomía. Requiere de saberes teóricos y metodológicos para su diseño, de fundamentos conceptuales, y se justifica por los elementos que brinda el contexto y el diagnóstico.

Etapas del proyecto de intervención

A continuación, se describen las etapas de trabajo colegiado, mismas que no son necesariamente lineales, pues es posible regresar a replantear algunos aspectos conforme se necesite en el transcurso del diseño.

1. Descripción del contexto

Los estudiantes continuarán con las aproximaciones a la caracterización de los saberes del contexto en torno a la trigonometría, y de las dinámicas y procesos educativos dentro de instituciones de educación secundaria y media superior. Las capacidades adquiridas en ese momento continuarán desarrollándose durante este semestre, ya que una etapa fundamental para la construcción del proyecto integrador es la enmarcación de la intervención dentro de un contexto determinado.

Es importante recuperar las relaciones entre la escuela y la comunidad, entre otros. Si el futuro docente es asignado en una nueva institución deberá realizar la caracterización de todo lo anterior, a partir de sus procesos de observación.

2. Diagnóstico

Explica las características de los estudiantes que integran el grupo a partir de los resultados del aprendizaje, las condiciones cognitivas, biológicas, ecológicas, étnicas, culturales, sociales, económicas, tecnosociales y políticas que posibilitan o limitan la enseñanza y el aprendizaje de la trigonometría con fundamento teórico y consenso experiencial.

El diagnóstico pretende asegurar el nivel de partida para la planificación del proyecto de intervención didáctica, y la socialización de éste permite integrar disciplinas que acercan a una perspectiva de trabajo multidisciplinar, interdisciplinar o transdisciplinar, según sean los propósitos de aprendizaje a formalizar en la comunidad.

Finalmente es importante reconocer las características de los estudiantes que posibilitan la enseñanza y aprendizaje del pensamiento científico con la creatividad inserta en las matemáticas.

3. Problematización

A partir del diagnóstico, se identifican uno o varios problemas, entendidos éstos como aquellas situaciones que requieren de una atención específica por parte de los actores educativos para mejorar, innovar o reflexionar sobre algún proceso de aprendizaje, para fortalecer algún rasgo de la gestión escolar, para aminorar algún desajuste emocional o afectivo por parte de un estudiante, un grupo focal, o un grupo de docentes; o para mejorar y adaptar nuevas formas metodológicas, pedagógicas y didácticas en la forma de enseñanza.

Estas situaciones se jerarquizan y ordenan por prioridad de atención, de acuerdo con el contexto institucional valorando la viabilidad de su solución o visualizando la pertinencia de las intervenciones de mejora.

La problematización consiste pues, en identificar cómo se colocan los problemas desde las dimensiones de la práctica docente: personal, interpersonal, social, institucional, didáctica y valoral (Fierro, Fortoul y Rosas, 2012).

a) Planteamiento del problema

Este apartado consiste en enunciar la frase concreta que enmarca la problemática de atención derivada del escrutinio de las prioridades de atención identificadas y que ha sido elegida para intervención didáctica.

Debe ser una frase que contenga a las variables de estudio, de investigación o de intervención y que inviten a la formulación de una hipótesis de acción que dé pie a los procesos siguientes del proyecto de intervención.

4. Plantear propósitos y objetivos de la intervención

A partir del problema y de los perfiles de la educación obligatoria que se quieran alcanzar, se elabora un objetivo que permita desarrollar un proceso de intervención didáctica. Dicho propósito requiere que se explicita qué se desea alcanzar, cómo se espera alcanzarlo, esto es, con qué metodología o estrategias, y para qué se desea alcanzar, cuál es la visión prospectiva y los escenarios posibles.

5. Consultas de información

Buscar, seleccionar y clasificar información que dé cuenta de procesos de intervención en el aula, que sirvan de base para diseñar una propuesta de intervención didáctica acorde a su problema de estudio.

6. Diseña estrategias

Las estrategias para la intervención didáctica suponen un proceso de innovación de la práctica, particularmente en el ámbito de la enseñanza de la trigonometría.

Una propuesta es la de la ingeniería didáctica que se basa en el diseño de secuencias didácticas y de actividades en función de aspectos matemáticos y conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control de variables didácticas. Esto permite un contraste entre un análisis a priori de una secuencia, que analiza el contenido matemático involucrado, las posibles respuestas de los estudiantes y las estrategias didácticas, con la narrativa de lo que sucede durante su desarrollo.

7. Elaboración de un plan de acción

Esta es una de las primeras experiencias de los estudiantes normalistas relacionada con el diseño de propuestas de intervención didáctica, ejercicio que sienta las bases para su trabajo posterior durante las jornadas de prácticas profesionales. Por lo tanto, es necesario que el futuro docente tenga claridad respecto a la dimensión que desea impactar con su diseño y su viabilidad.

8. Evaluación de la pertinencia de la propuesta

La evaluación del diseño de una propuesta de intervención didáctica sugiere la consideración de algunos criterios que permitan su evaluación previamente a su implementación. Este análisis a priori permite identificar la congruencia interna entre las necesidades, los perfiles, los propósitos y las estrategias planteadas. Por otro lado, se está en posibilidad de prever los recursos, las gestiones, y las contingencias.

Considera la naturaleza del contenido disciplinar en este caso de la Trigonometría, para definir las estrategias, los recursos de aprendizaje y formas de evaluar.

Sugerencias de evaluación

Las sugerencias de evaluación consisten en un proceso de recolección de evidencias sobre el desempeño del estudiantado con la intención de construir y emitir juicios de valor a partir del vínculo que tienen con los dominios y desempeños del perfil de egreso general y profesional, el propósito y los criterios de evaluación; al igual que en la identificación de aquellas áreas que requieren ser fortalecidas para alcanzar el nivel de desarrollo esperado en cada uno de los cursos del Plan de Estudios.

Debido a que el propósito de la evaluación de este curso se centra en validar el aprendizaje, se recomienda que esta evaluación sea un proceso continuo y formativo que considere el nivel de logro. La evaluación continua es importante para identificar las capacidades, esto es, el saber, saber hacer, saber ser y estar de los estudiantes. Esto incluye que los maestros tomen medidas para brindar retroalimentación y alentar a los estudiantes a reflexionar sobre su proceso de aprendizaje. En consecuencia, la evaluación actúa como un proceso de apoyo que permite a cada estudiante reorientar sus estrategias de aprendizaje.

Durante el curso, la población estudiantil deberá apropiarse de diferentes tipos de saberes, los cuales deberán ser valorados por el profesorado, utilizando diferentes estrategias, asegurando que la información recabada corresponda con el aprendizaje de cada estudiante.

En lo que respecta al saber conocer, el alumnado identifica los diferentes tipos de ángulos y sus propiedades, distingue los diferentes tipos de triángulos, sus propiedades, así como las leyes y teoremas relacionados con éstos; también reconoce los diferentes tipos de identidades; finalmente establece la relación entre las funciones trigonométricas, los triángulos y el círculo unitario.

En lo que corresponde al saber hacer: utiliza las propiedades, leyes y teoremas de los ángulos y los triángulos, para la resolución de problemas. Emplea las relaciones de las funciones trigonométricas en situaciones relacionadas con el contexto.

En lo que refiere al saber ser y estar: trabaja de forma colaborativa, participa de manera proactiva, respeta las opiniones de los demás, demuestra responsabilidad y organización para la entrega de actividades en tiempo y forma. Por último, como se enfatiza la importancia de conectar el aprendizaje con la comunidad, también es importante evaluar la relación entre la integración del conocimiento comunitario y el contexto.

Para evidenciar el aprendizaje del alumnado, se sugiere llevar a cabo actividades de aprendizaje contextualmente pertinentes, con el objetivo de movilizar diferentes saberes, con referencia al propósito de cada unidad. Se proponen evidencias de aprendizaje tales como preguntas, organizadores gráficos, carteles, infografías, fotos discutidas, videos cortos, modelos, ejercicios y exámenes de acuerdo con las orientaciones de enseñanza y aprendizaje.

Como parte de la evaluación sumativa, se propone orientar la construcción de evidencias que aporten al proyecto integrador donde se vinculan otras asignaturas del semestre, en el que se demuestren saberes consolidados y aplicables en un contexto comunitario. Para ello, se busca integrar la evaluación situada, entendida en las prácticas sociales como el resultado de actividades de aprendizaje en interacción con los demás. Por ello, en este semestre es relevante el trabajo colegiado por parte del profesorado de todas las asignaturas, con el propósito de definir una estrategia que permita vincular actividades o evidencias de aprendizaje, a través del trabajo articulado encaminado a una propuesta de intervención. El objetivo es lograr una evaluación auténtica que resulte de la enseñanza *in situ* y refiere a la capacidad del estudiante para demostrar un desempeño significativo en situaciones y escenarios del mundo real que capturan la riqueza de lo que los estudiantes han logrado entender, resolver o comprender. Resolver problemas de real trascendencia y significado, tanto personales como sociales (Fuentes, M. & Díaz-Barriga, F., 2006, p. 127).

Es importante tomar en cuenta lo que establece el Plan de estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, sobre la evaluación global, la cual se constituye de dos partes:

1. La suma de las unidades de aprendizaje tendrá un valor del 50 por ciento de la calificación.
2. La evidencia integradora o proyecto integrador tendrá el 50 por ciento que complementa la calificación global.

Se propone el trabajo colegiado con la finalidad de desarrollar de forma transversal una propuesta de intervención como proyecto integrador, que a su vez permita la elaboración conjunta de un documento, como evidencia común del semestre para la evaluación de los desempeños del perfil de egreso alcanzados de manera integral, a partir de criterios de evaluación que identifican los aprendizajes específicos de cada curso.

Evidencias de aprendizaje

A continuación, se presenta el concentrado de evidencias que se proponen para este curso; en la tabla se muestran cinco columnas que cada docente titular o en colegiado, podrá modificar, retomar o sustituir de acuerdo con los perfiles cognitivos, las características, el proceso formativo, y contextos del grupo de normalistas que atiende.

Unidad de aprendizaje	Evidencias	Descripción	Instrumento	Ponderación
Unidad 1	Documento escrito	Argumenta sobre las conjeturas de la caracterización y apropiación de los elementos de los ángulos que resulta de las actividades y evidencias procesuales desarrolladas en la unidad de analizar y vincular los procesos de enseñanza y aprendizaje de la trigonometría, así como los problemas que dan lugar al aprendizaje de la trigonometría.	Rúbrica	50%
Unidad 2	Texto reflexivo	Reflexiona sobre la resolución de problemas asociados con triángulos rectángulos y oblicuángulos, así como la importancia de diseñar objetos de aprendizaje y elaborar un diagnóstico para recuperar saberes trigonométricos que permitan atender las problemáticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje.	Rúbrica	
Unidad 3	Estrategias y actividades	Diseño de estrategias didáctica y actividades para atender problemáticas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la trigonometría.	Rúbrica	
Evidencia integradora	Diseño de una intervención didáctica	Documento que incluye el diagnóstico del futuro docente sobre los saberes trigonométricos del estudiantado de educación obligatoria, y diseño didáctico para su abordaje.	Rúbrica	50%

Unidad de aprendizaje I. Aspectos fundamentales de la Trigonometría

Presentación

La trigonometría es una parte de las matemáticas que estudia las relaciones que se dan entre los ángulos, sus medidas y los lados de los triángulos rectángulos, y su aplicación para comprender los fenómenos periódicos. El dominio de estos conceptos es esencial en el aprendizaje de otros cursos de niveles avanzados como: Cálculo, Geometría Analítica, Mecánica, Estática y otros. La trigonometría surge en el momento en el que se aplican las razones y las proporciones entre las medias de los lados homólogos de cualquier triángulo rectángulo, sus orígenes se remontan a las primeras civilizaciones y culturas de los matemáticos babilonios y egipcios antiguos que compendian una amplia doctrina científica sobre trigonometría plana y esférica.

Propósito de la unidad de aprendizaje

Se espera que el estudiantado resuelva problemas que impliquen medición y cálculo de distancias inaccesibles y de medidas angulares, a partir de la identificación de las propiedades de ángulos y de triángulos, así como el reconocimiento a las prácticas comunitarias, desde una perspectiva intercultural y de colaboración, a fin de generar experiencias de aprendizaje que puedan ser implementadas en su práctica docente a través del desarrollo del pensamiento científico, crítico y creativo.

Contenidos

- Historia
- Ángulos
 - Concepto y construcción
 - Unidades de medida y conversiones
 - Clasificación de los ángulos
 - Los ángulos dentro del plano cartesiano
- Triángulos
 - Clasificación y sus propiedades
 - Ángulos y triángulos semejantes

Estrategias y recursos para el aprendizaje

A continuación, se presentan algunas sugerencias de actividades para desarrollar el curso, no obstante, cada docente está en la libertad de modificar, sustituir o adaptarlas al contexto y necesidades de su grupo.

- El/La formador/a recupera los saberes previos del tema.
- Las y los estudiantes elaboran listas de sitios web de información confiable, bajo la dirección del docente.
- El/La formador/a organiza con el estudiantado la información de las fuentes necesarias para el aprendizaje de conceptos y procedimientos, para facilitar su consulta.
- El estudiantado elabora videos para documentar procesos de aprendizaje de sus pares en el abordaje de los temas de este curso.
- El estudiantado utiliza organizadores gráficos para sistematizar sus saberes.
- En grupos pequeños las y los estudiantes fundamentan, mediante un documento escrito, la reflexión de los procesos de enseñanza y aprendizaje de los conceptos básicos y las propiedades trabajadas en esta unidad.
- De manera individual y grupal exploran el concepto de ángulo a través de los giros. Los estudiantes ubican la medida de un ángulo al abatir una puerta.
- A partir de situaciones relacionadas con el contexto, el alumno resuelve problemas que impliquen medición y el trazo de ángulos. ¿Qué problemas pueden surgir en la secundaria para la medición de ángulos? ¿Para nombrarlos?
- El estudiante utiliza GeoGebra para trazar ángulos en el plano cartesiano e identifica qué tipo de ángulo es.
- Resuelven problemas que impliquen los criterios de congruencia y semejanza de triángulos al calcular la altura de un árbol, a partir de su sombra, a partir de la imagen sobre un espejo. Respondiendo a los siguientes cuestionamientos:
 - ¿Cuál es la información inicial? ¿Cómo te apoyó la información inicial para encontrar la solución? ¿Qué problema enfrentaste para resolver el problema? ¿Cuál fue la solución? ¿Qué significado tiene la solución?
 - ¿Qué definiciones se tienen del ángulo al iniciar la enseñanza superior?
 - ¿Qué imágenes se evocan del ángulo y su medida, al contestar ítems relacionados con estos conceptos?

Los estudiantes continuarán con las aproximaciones a la caracterización de los saberes del contexto en torno a la trigonometría.

- También, recuperarán las dinámicas y procesos educativos en torno a la trigonometría dentro de instituciones de educación secundaria y media superior, incluso en términos de contenidos en programas, o en proyectos escolares.
- Los estudiantes elaboran una línea de tiempo relacionada con la historia de la trigonometría utilizando cualquier aplicación o software disponible.
- Los alumnos diseñan una infografía relativa a la clasificación de ángulos utilizando cualquier aplicación o software disponible.
- El estudiantado diseña un mapa mental acerca de los triángulos, sus clasificaciones y sus propiedades utilizando cualquier aplicación o software disponible.
- Toma un video de alguno de sus compañeros mientras resuelve un problema, e identifica su procedimiento y sus dificultades. Este acercamiento también puede ser una introducción al diagnóstico, pues pretende asegurar el nivel de partida para la planificación del proyecto de intervención. Asimismo, puede apoyar a la problematización, esta actividad abonará entonces al proyecto integrador.
- Toman un video del profesorado, con su consentimiento, para identificar las distintas etapas que utiliza para la enseñanza de la geometría.
- Es importante que, a partir de la reflexión sobre la práctica del formador y a partir de una problematización del aprendizaje de la trigonometría, el estudiantado pueda formular propósitos para la intervención.

Evaluación de la unidad

Es necesario reconocer la complejidad del proceso de aprendizaje, por lo que este puede requerir una serie de productos previos que permitan retroalimentar y orientar a cada estudiante, de acuerdo con su propio ritmo de aprendizaje. El docente podrá elegir aquellos que son procesuales y permiten la retroalimentación, a diferencia de aquellos que permiten evidenciar el aprendizaje, para decidir si los considera como objeto de evaluación.

La evidencia de aprendizaje que se sugiere para evaluar la primera unidad es un documento escrito en donde el estudiantado argumente las conjeturas de la caracterización y apropiación de los elementos de los ángulos. Dicho documento recuperará también los videos realizados durante la unidad sobre la resolución de un

problema por parte de uno de sus compañeros, así como las distintas etapas que utilizó el docente para la enseñanza de la trigonometría, con el objeto de analizar y vincular los procesos de enseñanza y aprendizaje de la trigonometría, así como los problemas que dan lugar al aprendizaje de la trigonometría. La argumentación debe contener información confiable, clara, organizada jerárquicamente y concisa.

Por lo anterior, será importante que desde el inicio de la unidad el estudiantado elabore un portafolio de evidencias que le permita recuperar aquellas que son representativas para la sistematización y argumentación de sus aprendizajes.

Algunas evidencias procesuales que se sugieren son:

- Prácticas en graficadores dinámicos
- Línea de tiempo sobre la historia de la trigonometría.
- Infografía relativa a la clasificación de los ángulos.
- Mapa mental acerca de los triángulos, sus clasificaciones y sus propiedades.
- Cuadernillo de problemas y actividades con materiales analógicos y tecnológicos para el aprendizaje de la trigonometría, con solucionario.
- Resolución de problemas que impliquen diferentes representaciones y significados de ángulos.
- Examen

Se recomienda un trabajo colaborativo con el docente del curso *Geometría analítica* para explorar las opciones de desarrollar actividades y elaborar evidencias comunes.

Evidencia para evaluación de la unidad	Criterios de evaluación
<p>Documento argumentativo sobre las conjeturas de la caracterización y apropiación de los elementos de los ángulos que resulta de las actividades y evidencias procesuales desarrolladas en la unidad para analizar y vincular los procesos de enseñanza y aprendizaje de la trigonometría, así como los problemas que dan lugar al aprendizaje de la trigonometría.</p>	<p>Saber conocer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconoce los problemas en la historia que dieron origen a la trigonometría. • Describe los tipos de ángulos. • Identifica ángulos en posición normal. • Describe los triángulos, su clasificación y propiedades. • Establece medidas de ángulos (en grados, radianes) para la resolución de problemas.

	<p>Saber hacer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Analiza los procesos de enseñanza y aprendizaje de la trigonometría (papel del maestro, del estudiante, contextos). • Describe el proceso de enseñanza y aprendizaje, identifica los cambios desde sus concepciones previas hasta los conocimientos actuales sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de lo que se trabajó en esta unidad, apoyándose en algún autor. • Argumenta los resultados obtenidos. • Resuelve problemas que involucran ángulos y triángulos. • Traza ángulos en posición normal. • Presenta un esquema de solución. • Realiza cálculos correctos. • Presenta evidencias o descripciones en la solución de sus cálculos. • Comunica claramente sus ideas, argumentos y conclusiones, a través de un texto que incluye: introducción, desarrollo, conclusión y considera al menos un autor. • Diseña y emplea recursos didácticos para favorecer su proceso de aprendizaje. • Utiliza la innovación y los recursos tecnológicos para promover o favorecer su proceso de aprendizaje. <p>Saber ser y estar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Demuestra de manera crítica sus conjeturas. • Utiliza el pensamiento creativo en la solución del problema.
--	--

	<p>Vinculación con la comunidad</p> <ul style="list-style-type: none"> Recupera saberes docentes de la trigonometría de la comunidad, del entorno escolar, mediante un diagnóstico. <p>Ponderación de acuerdo con las normas de control escolar</p> <p>Se sugiere que la evidencia de esta unidad equivalga al 15% de la calificación total.</p>
--	---

Bibliografía

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad, o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

Bibliografía básica

Boyer, C. B. (1987). *Historia de la Matemática*. Madrid. Alianza Editorial.

Bressoud, D. M. (2010). *Historical reflections on teaching Trigonometry*. *Mathematics Teacher*, 104(2), 107-112.

Kline, M. (1992). *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*. Madrid: Alianza Editorial.

Maor, E. (1998). *Trigonometric Delights*. Princeton: Princeton University Press.

Sauchelli, D. (2017). Material de estudio trigonometría. Universidad Católica de Córdoba. (EDUCC, Ed.) de Trigonometría. Disponible en: https://www.ucc.edu.ar/archivos/documentos/Institucional/PRIUCC/Ingreso_2019/Material_de_estudio/material-estudio-tigonometria-INGENIERIA.pdf

Zill, D., & Dewar, J. (2012). *Álgebra, Trigonometría y Geometría Analítica*. México: McGraw Hill. De Centro de Investigación en Matemáticas. Disponible en: https://www.cimat.mx/ciencia_para_jovenes/bachillerato/libros/Zill-Dewar/%5bZill,Dewar%5dAlgebra_trigonometria_y_geometria_analitica.pdf

Bibliografía complementaria

De Oteyza, E. (2007). *Trigonometría y Geometría Analítica, Conocimientos Fundamentales de Matemáticas*. México: UNAM - Pearson Educación.

Lewis, H. G. A. (1996). *Algebra y Trigonometría con geometría analítica*. México: Prentice Hall Hispanoamericana, S. A.

Montiel Espinosa, G. (2011). Construcción de Conocimiento trigonométrico. Un estudio socioepistemológico. México: Díaz de Santos.

Piñeiro, E.; Ibáñez, M.; Jalón, M. & Ortega del Rincón, T. (1998). Trigonometría. Madrid: Síntesis. [Educación Matemática en secundaria].

Ramírez, A. (1999). Trigonometría. México: Editorial Trillas.

Swokowski, E. W. & Cole, J. A. (2011). Álgebra y Trigonometría con geometría analítica. México: Cengage Learning Editores. - 13a edición. México, 2011.

Sitios web

www.revista-educacion-matematica.org.mx

<https://es.khanacademy.org/math/trigonometry>

<https://julioprofe.net/categoria/trigonometria/>

<https://es.symbolab.com/solver/trigonometry-calculator>

Videos

Canales de Youtube

math2me.com

profesor10demates

https://www.youtube.com/watch?v=_OkzMXGIYYA

Software

Logo, GeoGebra, Pythagorea 60a, Euclidea, Photomath, symbolab

Unidad de aprendizaje II. Razones trigonométricas

Presentación

La segunda unidad se enfoca en la resolución de problemas asociados con triángulos rectángulos y oblicuángulos, analizando las razones trigonométricas y los teoremas de Pitágoras, del cateto y de la altura haciendo uso de las TICCAD y objetos de aprendizaje. Con los conocimientos adquiridos se propone la elaboración de un diagnóstico para recuperar los saberes trigonométricos que tiene la comunidad y proponer diversas estrategias para atender problemáticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Propósito de la unidad de aprendizaje

Se espera que el estudiantado normalista construya argumentos para validar prácticas comunitarias en la resolución de problemas que impliquen las razones trigonométricas, al transitar entre diversas representaciones de razones (numérica, geométrica, algebraica, analítica o funcional) y de razones a las proporciones, con apoyo de las TICCAD, en condiciones de equidad, inclusión e interculturalidad, a fin de diseñar objetos de aprendizaje que puedan ser implementados en su práctica docente a través del desarrollo del pensamiento científico, crítico y creativo.

Contenidos

- Triángulos rectángulos. El teorema de Pitágoras
- Razones trigonométricas
- Teorema del cateto y de la altura
- Triángulos oblicuángulos
 - Ley de senos
 - Ley de cosenos
 - Área de un triángulo

Estrategias y recursos para el aprendizaje

A continuación, se presentan algunas sugerencias de actividades para desarrollar el curso, no obstante, cada docente está en la libertad de modificar, sustituir o adaptarlas al contexto y necesidades de su grupo.

- El/La formador/a recupera los saberes previos del tema.
- Las y los estudiantes elaboran listas de sitios web de información confiable, bajo la dirección del docente.
- El/La formador/a organiza con el estudiantado la información de las fuentes necesarias para el aprendizaje de conceptos y procedimientos, para facilitar su consulta.
- El estudiantado elabora organizadores gráficos para sistematizar su aprendizaje.
- Investigan sobre el Teorema de Pitágoras, historia, importancia y aplicaciones.
- Recopilan diversas demostraciones visuales (rompecabezas pitagóricos) y socializan en el grupo (<http://roble.pntic.mec.es/jarran2/cabriweb/1triangulos/teoremapitagoras.htm>).
- Analizan demostraciones algebraicas del Teorema de Pitágoras.
- Construyen ternas pitagóricas.
- Desarrollan material didáctico tangible y/o digital, de forma que les sirva al estudiantado para sus prácticas profesionales.
- Recopilan/diseñan problemas donde se aplique el teorema de Pitágoras, en situaciones del contexto de los estudiantes.
- Usan el recíproco del teorema de Pitágoras para analizar si un triángulo es rectángulo o no.
- Analizan el teorema de Pitágoras generalizado haciendo uso de GeoGebra u otro recurso digital (<https://www.geogebra.org/m/Dm78MG44>).
- Analizan cuál es la importancia del estudio del teorema de Pitágoras en educación básica.
- Investigan la historia de las razones trigonométricas.
- Establecen las relaciones trigonométricas para ángulos agudos.
- Interpretan modelos para calcular el valor de las razones trigonométricas.
- Aplican razones trigonométricas para la solución de triángulos rectángulos.

- Resuelven ejercicios relativos a la determinación indirecta de medidas de longitudes y ángulos sobre triángulos rectángulos.
- Proponen de manera creativa, solución a problemas que involucran triángulos rectángulos, valorando su uso en la vida cotidiana.
- Eligen razones trigonométricas para proponer alternativas en la solución de triángulos rectángulos en situaciones de su entorno.
- Investigan sobre el uso de los triángulos en la construcción y la aplicación de las razones trigonométricas en la arquitectura u otras profesiones cercanas al contexto de las y los estudiantes.
- Elaboran una infografía en la que se destaquen las diferencias entre los siguientes teoremas: Pitágoras, del cateto y de la altura.
- Demuestran los teoremas del cateto y de la altura y resolver problemas geométricos y del contexto.
- Elaboran un video enfocado a la identificación de las características de los triángulos oblicuángulos y su relación con la Ley de Senos y Ley de Cosenos.
- Analizan demostraciones visuales de las leyes del Seno y del Coseno.
- Recuperan los saberes de triángulos rectángulos, oblicuángulos y razones trigonométricas que tiene la comunidad para abonar a la elaboración del diagnóstico y proponer estrategias y actividades para atender, en caso de presentarse, problemáticas relacionadas con el perfil de egreso de la educación obligatoria o con necesidades específicas de aprendizaje. Esto como insumo al diseño del proyecto de intervención del semestre.
- Buscan, seleccionan y clasifican problemas de textos de la educación obligatoria de matemáticas y diseñan estrategias para sus primeros procesos de intervención en el aula.
- Recuperan diversos problemas de otras áreas que vinculen la trigonometría con dichas áreas, de tal suerte que abonen al trabajo inter y transdisciplinario.

Evaluación de la unidad

Es necesario reconocer la complejidad del proceso de aprendizaje, por lo que este puede requerir una serie de productos previos que permitan retroalimentar y orientar a cada estudiante, de acuerdo con su propio ritmo de aprendizaje. El docente podrá elegir aquellos que son procesuales y permiten la retroalimentación, a diferencia de aquellos que permiten evidenciar el aprendizaje, para decidir si los considera como objeto de evaluación.

La evidencia de aprendizaje que se sugiere para evaluar la segunda unidad es un texto reflexivo sobre la resolución de problemas asociados con triángulos rectángulos y oblicuángulos, así como la importancia de diseñar objetos de aprendizaje y elaborar un diagnóstico para recuperar saberes trigonométricos que permitan atender las problemáticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Por lo anterior, será importante que continúen con la elaboración de un portafolio de evidencias y desde el inicio de la unidad se definan aquellas que serán representativas para la sistematización y argumentación de sus aprendizajes de esta unidad.

Algunas evidencias procesuales que se sugieren son:

- Diseño de objetos de aprendizaje para favorecer la resolución de problemas relacionados con triángulos rectángulos y oblicuángulos y las razones trigonométricas.
- Resolución de problemas geométricos y del contexto donde se utilicen las razones trigonométricas y los teoremas de Pitágoras, del cateto y de la altura.
- Organizadores gráficos, construcciones y demostraciones físicas o digitales.
- Diagnóstico para recuperar los saberes de triángulos rectángulos, oblicuángulos y razones trigonométricas que tiene la comunidad educativa.
- Estrategias y actividades para atender, en caso de presentarse, problemáticas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la trigonometría.
- Examen

Evidencia para evaluación de la unidad	Criterios de evaluación
<p>Texto reflexivo sobre la resolución de problemas asociados con triángulos rectángulos y oblicuángulos, así como la importancia de diseñar objetos de aprendizaje y elaborar un diagnóstico para recuperar saberes trigonométricos que permitan atender las problemáticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje.</p>	<p>Saber conocer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica el triángulo rectángulo, a partir de sus características y su relación con el Teorema de Pitágoras. • Reconoce las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo. • Distingue en el Teorema del Cateto y el Teorema de la Altura. • Identifica las características de los triángulos oblicuángulos.

	<p>Saber hacer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Analiza los procesos de enseñanza y aprendizaje de la trigonometría (papel del maestro, del estudiante, contextos). • Describe el proceso de enseñanza y aprendizaje, identifica los cambios desde sus concepciones previas hasta los conocimientos actuales sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de lo que se trabajó en esta unidad, apoyándose en algún autor. • Resuelve problemas que impliquen el uso del Teorema de Pitágoras. • Resuelve problemas que impliquen la utilización del Teorema del Cateto y el Teorema de la Altura. • Resuelve problemas en los que se empleé la Ley de Senos. • Resuelve problemas en los que se usa la Ley de Cosenos. • Calcula el área de triángulos oblicuángulos. • Comunica claramente sus ideas, argumentos y conclusiones, a través de un texto que incluye: introducción, desarrollo, conclusión y considera al menos un autor. • Diseña y emplea recursos didácticos para favorecer su proceso de aprendizaje. • Utiliza la innovación y los recursos tecnológicos para promover o favorecer su proceso de aprendizaje. <p>Saber ser y estar</p>
--	--

	<ul style="list-style-type: none"> • Demuestra de manera crítica sus conjeturas. • Utiliza el pensamiento creativo en la solución del problema. <p>Vinculación con la comunidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diagnostica los saberes de triángulos rectángulos, oblicuángulos y razones trigonométricas que tiene la comunidad educativa. <p>Ponderación de acuerdo con las normas de control escolar</p> <p>Se sugiere que la evidencia de esta unidad equivalga al 15% de la calificación total.</p>
--	---

Bibliografía

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad, o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

Bibliografía básica

Oteyza, E. (2007). Matemáticas, Trigonometría y Geometría Analítica. México: Pearson. Recuperado el 20 de noviembre de 2019, de Conocimientos Fundamentales. Disponible en: <http://www.conocimientosfundamentales.unam.mx/matematicas/trigonometria/pdfs/interior.pdf>

Rey Pastor, J. & Babini, J. (1985). Historia de las Matemáticas. Barcelona: Gedisa.

Sauchelli, D. (2017). Material de estudio trigonometría. Universidad Católica de Córdoba. (EDUCC, Ed.) de Trigonometría. Disponible en https://www.ucc.edu.ar/archivos/documentos/Institucional/PRIUCC/Ingreso_2019/Material_de_estudio/material-estudio-tigonometria-INGENIERIA.pdf

Zill, D., & Dewar, J. (2012). Álgebra, Trigonometría y Geometría Analítica. México: McGraw Hill. Centro de Investigación en Matemáticas. Disponible en: https://www.cimat.mx/ciencia_para_jovenes/bachillerato/libros/Zill-Dewar/%5bZill,Dewar%5dAlgebra_trigonometria_y_geometria_analitica.pdf

Bibliografía complementaria

- De Oteyza, E. (2007). Trigonometría y Geometría Analítica, Conocimientos Fundamentales de Matemáticas. México: UNAM - Pearson Educación.
- Lewis, H. G. A. (1996). Algebra y Trigonometría con geometría Analítica. México: Prentice Hall Hispanoamericana, S. A.
- Montiel Espinosa, G. (2011). Construcción de Conocimiento trigonométrico. Un estudio socioepistemológico. México: Díaz de Santos.
- Nelsen, R. B. (2001). Demostraciones sin palabras. Ejercicios de pensamiento visual. Madrid: Proyecto Sur de Ediciones
- Piñeiro, E.; Ibañes, M.; Jalón, M. & Ortega del Rincón, T. (1998). Trigonometría. Madrid: Síntesis. [Educación Matemática en secundaria].
- Ramírez, A. (1999). Trigonometría. México: Editorial Trillas.
- Swokowski, E. W. & Cole, J. A. (2011). Álgebra y Trigonometría con geometría analítica. México: Cengage Learning Editores. - 13ª edición. México, 2011.

Videos

<https://www.geogebra.org/m/Dm78MG44>

[why the law of sines](#)

<https://www.youtube.com/watch?v=VOX43LuKGjI>

Sitios web

<http://roble.pntic.mec.es/jarran2/cabriweb/1triangulos/teoremapitagoras.htm>

Unidad de aprendizaje III. Funciones circulares

Presentación

En esta unidad se abordan aspectos asociados a las funciones trigonométricas y su relación con el círculo unitario. En ese sentido, se proponen estrategias diversas que vayan encaminadas a la apropiación del conocimiento, a partir de la experimentación soportada a través de recursos tecnológicos, y su aplicación a la comprensión de los fenómenos periódicos.

Propósito de la unidad de aprendizaje

Se espera que el estudiantado normalista construya argumentos en la solución de problemas en los que se involucran ecuaciones e identidades trigonométricas, al transitar en las diversas representaciones, a partir de la abstracción algebraica de conceptos propios de las funciones circulares, con apoyo de recursos analógicos y tecnológicos, a fin de reflexionar sobre las posibilidades de esta herramienta y los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la trigonometría.

Contenidos

- El círculo y la circunferencia
- Las funciones circulares y su comportamiento gráfico
- Identidades trigonométricas
- Ecuaciones trigonométricas

Estrategias y recursos para el aprendizaje

A continuación, se presentan algunas sugerencias de actividades para desarrollar el curso, no obstante, cada docente está en la libertad de modificar, sustituir o adaptarlas al contexto y necesidades de su grupo.

- El alumnado elabora una infografía en la que denota la diferencia entre círculo y circunferencia, además, identifica los puntos, segmentos y rectas notables.
- Diseñan una animación, ya sea de forma física o digital, en la que se destaque el comportamiento de las funciones circulares dentro en el círculo trigonométrico.

- Construyen un cuadro comparativo en el que se analice el valor de las funciones trigonométricas para 0° , 90° , 180° , 270° y 360° , así como el signo.
- Elaboran un video en el que identifique los elementos de una onda, su relación con las funciones trigonométricas y su relación con aspectos de la vida cotidiana.
- Realizan gráficas de funciones senoidales, así también, infiere el argumento de la función senoidal, a partir de su gráfica.
- Ingresan a: https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-interference/latest/wave-interference_all.html?locale=es
- Experimento con agua que permita responder lo siguiente:
 - ¿Cómo es la forma de la onda cuando la frecuencia vale cero?
 - ¿Qué sucede con la forma de onda conforme aumenta la frecuencia?
 - ¿Cómo se escucha?
- Experimento con sonido que permita responder lo siguiente:
 - ¿A partir de qué frecuencia comienzas a escuchar el sonido?
 - ¿Qué sucede con el sonido, conforme aumentamos la frecuencia?
- Experimento con fluorescencia que permita responder lo siguiente:
 - ¿Qué sucede con el color de la imagen conforme aumenta la frecuencia?
 - ¿Qué sucede con el color de la imagen conforme disminuye la frecuencia?
 - ¿Qué sucede con el color de la imagen conforme aumenta la amplitud?
 - ¿Qué sucede con el color de la imagen conforme disminuye la amplitud?
- El estudiantado realiza un mapa mental en el que explique qué es una identidad trigonométrica y cuál es su importancia.
- Resuelve ejercicios que impliquen la utilización de las identidades trigonométricas.
- Resuelve problemas que requieren de la construcción de una ecuación que implique funciones trigonométricas.

Evaluación de la unidad

Es necesario reconocer la complejidad del proceso de aprendizaje, por lo que este puede requerir una serie de productos previos que permitan retroalimentar y orientar a cada estudiante, de acuerdo con su propio ritmo de aprendizaje. El docente podrá elegir aquellos que son procesuales y permiten la retroalimentación, a diferencia de aquellos que permiten evidenciar el aprendizaje, para decidir si los considera como objeto de evaluación.

Como evidencia de aprendizaje para evaluar esta tercera unidad, se sugiere elaborar secuencias didácticas para el aprendizaje de la trigonometría, identificando variables didácticas para hacer visible las dificultades que pueden tener los estudiantes como el trabajo con grados y radianes, ángulos y arcos, etc.

Por lo anterior, será importante que continúen con la elaboración de un portafolio de evidencias y desde el inicio de la unidad se definan aquellas que serán representativas para la sistematización y argumentación de sus aprendizajes de esta unidad.

Algunas evidencias procesuales que se sugieren son:

- Diseño de objetos de aprendizaje para favorecer la resolución de problemas relacionados con triángulos oblicuángulos.
- Resolución de problemas geométricos y del contexto donde se utilicen las razones trigonométricas y los teoremas de Pitágoras, del cateto y de la altura.
- Organizadores gráficos, construcciones y demostraciones físicas o digitales.
- Diagnóstico para recuperar los saberes de triángulos rectángulos, oblicuángulos y razones trigonométricas que tiene la comunidad educativa.

Evidencia para evaluación de la unidad	Criterios de evaluación
<p>Estrategias y actividades para atender, en caso de presentarse, problemáticas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la trigonometría.</p>	<p>Saber conocer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconoce las características del círculo unitario. • Distingue los valores de las funciones trigonométricas en ángulos conocidos. • Identifica los parámetros de una onda senoidal.

	<p>Saber hacer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Analiza los procesos de enseñanza y aprendizaje de la trigonometría (papel del maestro, del estudiante, contextos). • Describe el proceso de enseñanza y aprendizaje, identifica los cambios desde sus concepciones previas hasta los conocimientos actuales sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de lo que se trabajó en esta unidad, apoyándose en algún autor. • Resuelve problemas en los que se involucran ecuaciones e identidades trigonométricas. • Utiliza recursos tecnológicos para fundamentar sus procesos de solución. • Comunica claramente sus ideas, argumentos y conclusiones, a través de un texto que incluye: introducción, desarrollo, conclusión y considera al menos un autor. • Diseña y emplea recursos didácticos para favorecer su proceso de aprendizaje. • Utiliza la innovación y los recursos tecnológicos para promover o favorecer su proceso de aprendizaje. <p>Saber ser y estar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Demuestra de manera crítica sus conjeturas. • Utiliza el pensamiento creativo en la solución del problema.
--	--

	<p>Vinculación con la comunidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se recuperan los problemas de otras áreas de conocimiento. • Se recuperan las necesidades de los estudiantes en cuanto a conocimientos de trigonometría y la elaboración de una propuesta de intervención. <p>Ponderación de acuerdo con las normas de control escolar</p> <p>Se sugiere que la evidencia de esta unidad equivalga al 20% de la calificación total.</p>
--	--

Bibliografía

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad, o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

Bibliografía básica

Oteyza, E. (2007). Matemáticas, Trigonometría y Geometría Analítica. México: Pearson. De Conocimientos Fundamentales. Disponible en: <http://www.conocimientosfundamentales.unam.mx/matematicas/trigonometria/pdfs/interior.pdf>

Rey Pastor, J. & Babini, J. (1985). Historia de las Matemáticas. Barcelona: Gedisa.

Sauchelli, D. (2017). Material de estudio trigonometría. Universidad Católica de Córdoba. (EDUCC, Ed.) De Trigonometría. Disponible en: https://www.ucc.edu.ar/archivos/documentos/Institucional/PRIUCC/Ingreso_2019/Material_de_estudio/material-estudio-tigonometria-INGENIERIA.pdf

Zill, D., & Dewar, J. (2012). Álgebra, Trigonometría y Geometría Analítica. México: McGraw Hill. Del Centro de Investigación en Matemáticas. Disponible en: https://www.cimat.mx/ciencia_para_jovenes/bachillerato/libros/Zill-Dewar/%5bZill,Dewar%5dAlgebra_trigonometria_y_geometria_analitica.pdf

Bibliografía complementaria

- De Oteyza, E. (2007). Trigonometría y Geometría Analítica, Conocimientos Fundamentales de Matemáticas. México: UNAM - Pearson Educación.
- Lewis, H. G. A. (1996). Algebra y Trigonometría con geometría Analítica. México: Prentice Hall Hispanoamericana, S. A.
- Montiel Espinosa, G. (2011). Construcción de Conocimiento trigonométrico. Un estudio socioepistemológico. México: Díaz de Santos.
- Nelsen, R. B. (2001). Demostraciones sin palabras. Ejercicios de pensamiento visual. Madrid: Proyecto Sur de Ediciones
- Piñeiro, E.; Ibañes, M; Jalón, M. & Ortega del Rincón, T. (1998). Trigonometría. Madrid: Síntesis. [Educación Matemática en secundaria].
- Ramírez, A. (1999). Trigonometría. México: Editorial Trillas.
- Swokowski, E. W. & Cole, J. A. (2011). Álgebra y Trigonometría con geometría analítica. México: Cengage Learning Editores. - 13a edición. México, 2011.

Videos

how to visualise trig addition formulae

<https://www.youtube.com/watch?v=nK92NAu0iCc&t=112s>

Sitios web

https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-interference/latest/wave-interference_all.html?locale=es

Evidencia integradora del curso

La evidencia integradora del curso, es a su vez la evidencia de aprendizaje resultado del proyecto integrador, por lo que se elaborará el diseño de una intervención didáctica, para lo cual será importante recuperar algunas evidencias de aprendizaje que aporta este curso como insumos pedagógicos, disciplinares y didácticos.

El personal docente podrá diseñar otros criterios de evaluación que considere necesarios para valorar el logro de saberes de este curso.

Evidencia integradora del curso	Criterios de evaluación de la evidencia integradora
Diseño de una intervención didáctica.	<p>Saber conocer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconoce los elementos de la trigonometría en el contexto de la comunidad social, de la comunidad escolar, y de las diversas áreas de conocimiento. <p>Saber hacer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas en los que se involucran ecuaciones e identidades trigonométricas. • Utiliza recursos tecnológicos para la enseñanza. • Comunica claramente sus ideas, argumentos y conclusiones, a través de un texto que incluye: introducción, desarrollo, conclusión y considera al menos un autor. • Diseña y emplea recursos didácticos para favorecer su proceso de aprendizaje. • Utiliza la innovación y los recursos tecnológicos para promover o favorecer su proceso de aprendizaje.

	<ul style="list-style-type: none">• Diseña secuencias didácticas recuperando las problemáticas del aprendizaje.• Diseña criterios para la evaluación de secuencias. <p>Saber ser y estar</p> <ul style="list-style-type: none">• Identifica los problemas en la enseñanza y el aprendizaje de la trigonometría-• Utiliza el pensamiento creativo en la solución del problema. <p>Vinculación con la comunidad</p> <ul style="list-style-type: none">• Se recuperan los problemas de otras áreas de conocimiento.• Se recuperan las necesidades de los estudiantes en cuanto a conocimientos de trigonometría y la elaboración de una propuesta de intervención. <p>Ponderación de la evidencia integradora</p> <p>De acuerdo con la normatividad, se asigna el 50% de la calificación global.</p>
--	---

Perfil académico sugerido

Nivel académico

Obligatorio: Nivel de licenciatura, preferentemente maestría o doctorado en el área de conocimiento de matemáticas, matemática educativa o ciencias exactas.

Deseable: Experiencia de investigación en el área de matemáticas o matemática educativa

Experiencia docente para:

- Conducir grupos
- Trabajo por proyectos
- Utilizar las TICCAD en los procesos de enseñanza y aprendizaje
- Retroalimentar oportunamente el aprendizaje de los estudiantes
- Experiencia profesional en escuelas de educación superior
- Referida a la experiencia laboral en la profesión sea en el sector público, privado o de la sociedad civil.

Referencias de este programa

- Bressoud, D. M. (2010). *Historical reflections on teaching Trigonometry*. *Mathematics Teacher*, 104(2), 107-112.
- De Kee, S., Mura, R. y Dionne, J. (1996). La compréhension des notions de sinus et cosinus chez des élèves du secondaire. *For the Learning of Mathematics*, 16 (2), 19-27.
- Díaz-Barriga, F. (2006). Enseñanza situada: vínculo entre la escuela y la vida. *Perspectiva Educativa, Formación de Profesores*, (47), 121-122.
- DOF. ACUERDO número 16/08/22 por el que se establecen los Planes y Programas de Estudio de las Licenciaturas para la Formación de Maestras y Maestros de Educación Básica que se indican. Anexo 12. Plan de estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas.
- Fierro, C., Fortoul, B. y Rosas, (2012). *Transformando la práctica docente*. Paidós.
- Herrera, H. H. (2013) Enseñanza de los conceptos básicos de la trigonometría mediante el uso de la tecnología informática. Colombia: Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Departamento de Matemáticas Manizales.
- Lewis, H. G. A. (1996). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. Prentice Hall Hispanoamericana, S. A.
- Martínez-Recio, A. y Godino, J. D. (2001). Institutional and personal meanings of mathematical Proof. *Educational studies in Mathematics*, 48(1), 83- 99.
- Montiel, G. y Buendía, G. (2013). Desarrollo del Pensamiento Funcional- Trigonométrico. En G. Buendía, M. Ferrari y G. Martínez (Coords.). *Resignificación de funciones para profesores de matemáticas*. Díaz de Santos.
- NCTM. (2020). *Principles and Standards for School Mathematics*. NCTM
- Suárez, M., Chaves, A., y Fernández, E. (2017). De las fórmulas fundamentales en la trigonometría esférica a las fórmulas fundamentales de la trigonometría hiperbólica. *Sigma*, 13(2), 1-15.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6579446>