



Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas

Plan de Estudios 2022

Estrategia Nacional de Mejora
de las Escuelas Normales

Programa del curso

Geometría analítica

Tercer semestre

Primera edición: 2023

Esta edición estuvo a cargo de la Dirección General
de Educación Superior para el Magisterio
Av. Universidad 1200. Quinto piso, Col. Xoco,
C.P. 03330, Ciudad de México

D.R. Secretaría de Educación Pública, 2023
Argentina 28, Col. Centro, C. P. 06020, Ciudad de México

Trayecto formativo: **Formación Pedagógica, didáctica e interdisciplinar**

Carácter del curso: **Currículo Nacional Base** Horas: **4** Créditos: **4.5**

Contenido

Propósito y descripción general del curso.....	5
Cursos con los que se relaciona.....	8
Dominios y desempeños del perfil de egreso a los que contribuye el curso.....	10
Estructura del curso.....	15
Orientaciones para el aprendizaje y enseñanza	16
Sugerencias de evaluación.....	20
Unidad de aprendizaje I. Introducción a la geometría analítica.....	22
Unidad de aprendizaje II. Línea recta	29
Unidad de aprendizaje III. Cónicas	38
Evidencia integradora del curso	44
Perfil académico.....	46
Referencias de este programa	47

Propósito y descripción general del curso

Propósito general

Que el estudiantado articule distintas ramas de las Matemáticas, en particular el álgebra y la geometría, así como otras disciplinas, mediante la modelación de situaciones con herramientas y metodologías analíticas, el uso de soportes y herramientas tecnológicas, en la elaboración de proyectos que requieran la obtención y representación de lugares geométricos, y la resolución de problemas de la geometría euclidiana que no son susceptibles de ser resueltos con regla y compás, con el fin de que tome decisiones fundamentadas, en particular, en el diseño, aplicación y reflexión de secuencias didácticas y estrategias de enseñanza para la educación obligatoria.

Antecedentes

Siendo las Matemáticas una ciencia tan amplia y precisa, buscar las relaciones entre sus ramas puede parecer un trabajo complicado. Si bien, la geometría busca estudiar las propiedades de figuras o cuerpos geométricos, el álgebra nos ayuda a representar dichas propiedades de una manera analítica a través de una ecuación. Recíprocamente, se puede encontrar una interpretación geométrica de problemas algebraicos de manera que se complementen el álgebra y la geometría.

Es importante tener en cuenta que la geometría analítica es más que solo combinar álgebra con geometría, ya que se requiere tanto del dominio del carácter algorítmico operatorio del Álgebra simbólica, como de la aplicación adecuada de las coordenadas en el plano cartesiano. Este último resulta ser una gran herramienta para la comprensión y eventual razonamiento de muchos temas del cálculo infinitesimal, considerando la geometría analítica como uno de sus principales antecedentes.

Ahora bien, si pensamos en los orígenes de ambas ramas de las matemáticas, la geometría acompañó al hombre desde tiempos remotos, con la simple observación de fenómenos y recursos que poseían las civilizaciones como egipcios y babilónicos; y aunque su carácter riguroso no ocurrió sino hasta unos siglos después con los griegos, siempre fue parte importante de la descripción del entorno humano.

De ahí, que sea muy factible pensar que los estudiantes puedan rescatar situaciones de la vida cotidiana donde la geometría está presente, y que ahora con la nueva herramienta analítica, puedan formalizar el conocimiento matemático usando el lenguaje algebraico. Por ejemplo, modelando la forma que tienen objetos simples como los faros de automóviles, construcciones como estadios y espacios deportivos novedosos, e incluso, entender mejor las estaciones del año por la forma que tienen las órbitas de los planetas. Al final, podemos tratar de establecer un vínculo entre el álgebra y la geometría mediante un diccionario de geometría analítica en el que se asocien pares de números a puntos, así como ecuaciones a curvas.

Descripción

El curso teórico práctico de *Geometría analítica* está ubicado en el tercer semestre del Plan de Estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, con cuatro horas semana-mes, 4.5 créditos y pertenece al trayecto Formación Pedagógica, Didáctica e Interdisciplinar. Está relacionado con los cursos *Geometría plana y del espacio*, *Álgebra y funciones*, *Trigonometría*, *Cálculo diferencial*, *Cálculo integral*, *Análisis y desarrollo curricular*, *Soportes tecnológicos para la enseñanza de las matemáticas* y con todo el trayecto Práctica profesional y saber docente.

Este curso permite analizar situaciones en proyectos que requieran la obtención y representación de lugares geométricos y su modelación en el plano cartesiano con herramientas matemáticas, metodologías analíticas y soportes tecnológicos. El estudio de la geometría se lleva a cabo a través de una metodología analítica, esto es, con el uso del lenguaje y representaciones algebraicas.

Las relaciones se dan en diversos niveles. En primer lugar, existen problemas geométricos que no tienen solución mediante el trazo con regla y compás, para los cuales la herramienta algebraica ha sido eficaz. En segundo lugar, la posibilidad de distintas representaciones a partir de la correspondencia entre un punto en el plano y pares de números reales ordenados, lo que da la posibilidad de asociar una curva en el plano con una expresión de la forma $f(x, y) = 0$ y viceversa, asociar una ecuación de dos variables con una curva en un plano cartesiano (González, 2003). Finalmente, a pesar de que las propiedades de los objetos geométricos están en el centro del estudio, la axiomática que se utiliza es la de los números reales, que es el soporte del método analítico. Y esto tiene implicaciones en la construcción del tipo de conocimiento matemático.

Ahora bien, otro aspecto que forma parte del enfoque holístico y la vinculación con los saberes comunitarios tiene que ver con integrar otras áreas del conocimiento. Esto es posible desde la idea de lugar geométrico. Lo anterior, potencializa las comunidades de aprendizaje. En efecto, las relaciones espaciales de los objetos pueden ser modeladas mediante expresiones que consideran aspectos métricos que se mantienen estables en dichas relaciones, por ejemplo, conjunto de puntos que equidistan de un punto fijo o el conjunto de puntos que mantienen una distancia fija a un punto y a una recta, entre otros.

Duval (1993) afirma que la construcción de las diversas representaciones y el tránsito entre ellas es lo que permite el desarrollo del pensamiento matemático. Es importante que en este curso se utilicen las distintas representaciones en geometría analítica con el fin de proponer y validar conjeturas.

Este curso se considera fundamental no sólo para los futuros docentes de matemáticas en educación básica, sino también para aquellos que decidan dar clases en educación obligatoria. También es una manera de prever los conocimientos previos

y posteriores en cierto nivel educativo y la vinculación entre estos para estudiantes de secundaria y bachillerato.

Enseñar matemáticas demanda de los profesores el dominio del contenido matemático, teorías de enseñanza de la disciplina, conocimientos y habilidades de herramientas tecnológicas que le permiten ser innovador en sus clases y tengan los dominios del perfil de egreso relacionados con las capacidades profesionales para la planificación y la evaluación, lo cual implica conocer a sus estudiantes de educación obligatoria y el contexto de la escuela, para recuperar de manera teórica y práctica recursos y medios didácticos, tanto los propios de la disciplina, como los creados para otras asignaturas y difundidos por otros medios, como puede ser mediante las TIC.

Los futuros docentes deberán estar preparados para el diseño de situaciones didácticas híbridas, presenciales y a distancia. En este curso los docentes en formación adquirirán las bases metodológicas para un aprendizaje híbrido de las matemáticas que les permitan su profesionalización, mediante el autoestudio de la geometría analítica en plataformas digitales como Geogebra, sitios web como Khan Academy y diversos soportes tecnológicos.

Se espera que los futuros docentes desarrollen estrategias innovadoras. La primera es el diseño de proyectos de aula invertida. La segunda son las estrategias de trabajo colaborativo; esto los llevará a incorporar el planteamiento y resolución de problemas de manera colegiada, con un enfoque centrado en el aprendizaje y en la interacción de la diversidad para promover la interculturalidad en el aula. La tercera requiere que se preste particular atención a la consigna, al análisis previo de los materiales, a la elaboración de conjeturas didácticas sobre posibles respuestas de sus alumnos, a la anticipación de formas de intervención.

Cursos con los que se relaciona

Dentro de la propuesta de desarrollo transversal de la malla curricular del plan de estudios 2022 se destaca la interdisciplinariedad de este curso con otros dentro del tercer semestre de la licenciatura y anteriores. A continuación, se muestra la vinculación del curso por trayecto formativo.

Trayecto formativo: Formación pedagógica, didáctica e interdisciplinar

Se destaca por su relevancia la relación con el curso de *Trigonometría*, en el cual es posible definir los conceptos de ángulo de inclinación, pendiente y ángulos entre rectas desde el punto de vista de la geometría analítica. Además, utilizando la noción de distancia entre dos puntos es viable la obtención de las fórmulas clásicas de la trigonometría como por ejemplo de suma o diferencia de ángulos. De cursos de semestres anteriores, en este trayecto, se vincula con el curso de *Geometría plana y del espacio*, del que será posible recuperar los problemas clásicos que no era posible resolver con los elementos de la geometría euclidiana. Del curso de *Álgebra y funciones* se espera relacionar el problema de lugares geométricos desde el punto de vista de función, como por ejemplo de la función cuadrática y la parábola.

Trayecto formativo: Lenguas, lenguajes y tecnologías digitales.

El curso está relacionado con los cursos de este trayecto dado que favorece la formación inicial de los alumnos normalistas mediante el uso de las tecnologías educativas que permiten desarrollar habilidades docentes en los estudiantes normalistas, a través de actividades de relaciones, representaciones y modelación para la solución de problemas del contexto. El uso de un software de geometría dinámica es indispensable para mediar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Trayecto formativo: Práctica profesional y saber pedagógico.

El curso fortalecerá las reflexiones de los docentes en formación con respecto a los procesos de enseñanza y aprendizaje en sus prácticas pedagógicas en torno a situaciones y experiencias de su propio contexto. Además, brinda la oportunidad de construir material didáctico a partir de las nociones vinculadas al movimiento rígido de lugares geométricos como lo son las cónicas.

Trayecto formativo: Bases teóricas y metodológicas de la práctica.

Desde el punto de vista didáctico, el uso de representaciones gráficas en la geometría analítica proporciona un elemento de comprensión en el estudio de las matemáticas y sus aplicaciones. La representación gráfica es el único camino para apreciar de un solo golpe de vista el desarrollo de un fenómeno físico, o la representación del conjunto de valores que componen una función, además proporciona a veces métodos muy simples e intuitivamente comprensibles para resolver problemas (Toranzos, 1963).

Responsables del codiseño del curso

Este curso fue elaborado por las y los docentes normalistas: Carolina Rubí Real Ortega y Alejandra Ávalos Rogel de la Escuela Normal Superior de México; María Teresa Martínez Alcaraz del Instituto Superior de Educación Normal del Estado de Colima; Alejandra Fabiola Huitrado Mora del Centro de Actualización del Magisterio de Zacatecas; Lady Diana Hernández Hernández de la Escuela Normal Veracruzana; Oliver Antonio Juárez Romero de la Escuela Normal Superior Oficial de Guanajuato.

Así como expertos en el diseño curricular: Julio César Leyva Ruiz, Sandra Elizabeth Jaime Martínez, Gladys Añorve Añorve y María del Pilar González Islas de la Dirección General de Educación Superior para el Magisterio.

Dominios y desempeños del perfil de egreso a los que contribuye el curso

Perfil general

La egresada y el egresado de la Escuela Normal es un docente profesional de la educación que:

- Es capaz de contextualizar el proceso de aprendizaje e incorporar temas y contenidos locales, regionales, nacionales y globales significativos; planifica, desarrolla y evalúa su práctica docente al considerar las diferentes modalidades y formas de organización de las escuelas.
- Diseña y gestiona ambientes de aprendizaje presenciales, híbridos y a distancia, respondiendo creativamente a los escenarios cambiantes de la educación y el contexto; posee saberes y dominios para participar en la gestión escolar, contribuir en los proyectos de mejora institucional, fomentar la convivencia en la comunidad educativa y vincular la escuela a la comunidad.
- Cuenta con una formación pedagógica, didáctica y disciplinar sólida para realizar procesos de educación inclusiva de acuerdo al desarrollo cognitivo, psicológico, físico de las y los estudiantes, congruente con su entorno sociocultural; es capaz de diseñar, realizar y evaluar intervenciones educativas situadas mediante el diseño de estrategias de enseñanza, aprendizaje, el acompañamiento, el uso de didácticas, materiales y recursos educativos adecuados, poniendo a cada estudiante en el centro del proceso educativo como protagonista de su aprendizaje, saber y conocimiento pedagógico, didáctico y disciplinar.
- Reconoce y valora la investigación educativa y la producción de conocimiento desde la experiencia; sabe problematizar, reflexionar y aprender de la práctica para transformarla; ha desarrollado dominios metodológicos para la narración pedagógica, la sistematización y la investigación; está preparado para crear, recrear e innovar en las relaciones y el proceso educativo al trabajar en comunidades de aprendizaje e incorporar en su quehacer pedagógico teorías contemporáneas y de frontera en torno al aprendizaje y al desarrollo socioemocional.
- Desarrolla el pensamiento reflexivo, crítico, creativo y sistémico y actúa desde el respeto, la cooperación, la solidaridad, la inclusión y la preocupación por el bien común; establece relaciones desde un lugar de responsabilidad y colaboración para hacer lo común, promueve en sus relaciones la equidad de género y una interculturalidad crítica de diálogo, de reconocimiento de la diversidad y la diferencia; practica y promueve hábitos de vida saludables, es consciente de la urgente necesidad del cuidado de la naturaleza y el medio

ambiente e impulsa una conciencia ambiental; fomenta la convivencia social desde el reconocimiento de los derechos humanos y lucha para erradicar toda forma de violencia: física, emocional, de género, psicológica, sexual, racial, entre otras, como parte de la identidad docente.

Perfil profesional

Utiliza las Matemáticas y su didáctica para hacer transposiciones didácticas, de acuerdo con las características, contextos, saberes del estudiantado, a fin de abordar los contenidos curriculares de los planes y programas de estudio vigentes del nivel básico.

- Comprende los marcos teóricos y epistemológicos de las Matemáticas, sus avances y enfoques didácticos para incorporarlos, tanto en proyectos de investigación como en las transposiciones didácticas para su enseñanza y aprendizaje, que incide en el pensamiento lógico-matemático del alumnado, de manera congruente con los planes y programas de estudio vigentes.
- Articula el conocimiento de la matemática, su didáctica y el saber de otras disciplinas, mediante la recuperación de saberes comunitarios, para conformar marcos explicativos y de intervención eficaces entre el estudiantado.
- Aplica la articulación, los propósitos, los contenidos y el enfoque de enseñanza de las matemáticas, e incorpora el trabajo reflexivo y comprensivo de los contenidos para facilitar la enseñanza y aprendizaje de la disciplina.

Diseña procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, de acuerdo con la didáctica y sus enfoques vigentes, considerando los diagnósticos grupales y contextuales, los entornos presenciales o virtuales, así como situaciones que fortalecen las habilidades socioemocionales.

- Relaciona el conocimiento de las matemáticas con los propósitos, contenidos y enfoques de otras disciplinas, propiciando un conocimiento integral de la ciencia, relacionándolos con fenómenos de su vida cotidiana.
- Diseña estrategias didácticas que favorezcan el tránsito de un pensamiento aritmético a un pensamiento algebraico, de un pensamiento geométrico a un pensamiento variacional, con base en el reconocimiento y análisis de los obstáculos que surjan, a fin de superarlos proponiendo alternativas de solución.
- Utiliza el lenguaje matemático para la resolución de problemas situados o contextualizados.

- Expresa la relación entre dos variables utilizando distintos modelos de representación: tabular, gráfico y algebraico para resolver problemas situados o contextualizados.
- Identifica y analiza las dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas para diseñar estrategias didácticas alternativas que le permitan al estudiantado superarlos.
- Planea experiencias de aprendizaje, de acuerdo con los estilos y ritmos de aprendizaje, las necesidades, intereses y desarrollo cognitivo de estudiantes; en entornos multimodales, presenciales, a distancia, virtuales o híbridos.

Gestiona los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en un clima de igualdad, equidad e inclusivo que fortalece las habilidades socioemocionales, desde y para la democracia participativa.

- Desarrolla secuencias didácticas para el aprendizaje, en entornos multimodales, presenciales, virtuales, a distancia o híbridos, que atiendan la diversidad de perfiles cognitivos, lingüísticos, socioculturales de acuerdo con los enfoques vigentes de los planes y programas de estudio vigentes.
- Desarrolla, de manera colaborativa, estrategias didácticas que favorecen el razonamiento del alumnado para resolver problemas matemáticos, validar conjeturas, analizar información cuantitativa y cualitativa y argumentar de manera clara y coherente.
- Promueve actitudes de confianza, autoestima, creatividad, curiosidad y placer por el estudio de la disciplina, elementos que fortalecen la autonomía y actitudes empáticas para construir su saber matemático.
- Implementa distintas situaciones didácticas, que crean en el alumnado la necesidad de hacer planteamientos, formular, argumentar y validar conjeturas de forma heurística y hermenéutica.
- Desarrolla experiencias de aprendizaje mediando la semántica y la sintaxis matemática con la finalidad de dar sentido y significado a los conocimientos, axiomas, teoremas, reglas y principios.
- Promueve una comunicación accesible desde un enfoque de inclusión educativa.

Articula las distintas ramas de las Matemáticas con otras disciplinas, para facilitar el análisis de una situación modelada, desde el pensamiento complejo, que favorezca el desarrollo del pensamiento lógico-matemático del alumnado que atiende.

- Analiza diferentes problemas, situaciones o fenómenos para proponer modelos matemáticos desde una visión integradora y transdisciplinaria como un medio

para el diseño e implementación de secuencias didácticas que favorezcan su resolución.

- Relaciona sus conocimientos de las Matemáticas con los contenidos de otras disciplinas desde una visión integradora, multidisciplinaria, interdisciplinaria y transdisciplinaria para propiciar el aprendizaje de sus estudiantes.
- Facilita el análisis de situaciones modeladas desde el pensamiento complejo que favorece el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, geométrico y razonamiento, en el alumnado, al articular las distintas ramas de las Matemáticas.
- Analiza una situación modelada mediante el reconocimiento de que una misma expresión matemática puede ser escrita de diferentes maneras, a fin de que pueda guiar al alumnado a experimentar y encontrar las suyas.
- Construye relaciones entre la Geometría y el Álgebra, el Álgebra y, la Estadística, la Aritmética y la probabilidad, entre otras.

Resuelve problemas geométricos, diseña pruebas o refutaciones y construye argumentos coherentes en torno a las figuras básicas y sólidos.

- Articula la geometría y el álgebra para obtener expresiones analíticas de lugares geométricos, considerando las propiedades geométricas de figuras planas y de sólidos.
- Obtiene expresiones analíticas de lugares geométricos, considerando las propiedades geométricas de figuras planas y de sólidos.
- Argumenta las propiedades geométricas básicas de figuras y sólidos en la resolución de problemas.
- Caracteriza las propiedades geométricas específicas de ciertas figuras planas y de algunos sólidos.
- Resuelve problemas geométricos y construye argumentos coherentes.
- Diseña pruebas y refutaciones en torno a las propiedades geométricas básicas de figuras y sólidos.

Establece relaciones funcionales algebraicas y trascendentes entre variables, para modelar y resolver problemas que impliquen máximos y mínimos.

- Recurre a la generalización y a la variación funcional para resolver problemas vinculando los procesos locales y globales.
- Resuelve problemas en los que intervienen la razón de cambio y el límite de una función.

- Establece relaciones funcionales algebraicas y trascendentes entre variables, para modelar y resolver problemas que impliquen máximos y mínimos en distintas situaciones y contextos con perspectiva crítica y humanista.

Utiliza críticamente la innovación didáctica y tecnológica en la educación, como parte de su práctica docente, para favorecer el pensamiento lógico matemático, el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo y la formación integral del alumnado, desde una visión crítica, humanista, solidaria y con sentido ético-político.

- Reconoce las culturas digitales, cuenta con habilidades y saberes en el uso y manejo pedagógico y crítico de las tecnologías actuales, que le permiten diseñar o seleccionar y emplear objetos de aprendizaje y recursos didácticos contextualizados, como mediadores en el desarrollo del pensamiento lógico matemático, geométrico, el razonamiento y la solución de problemas en un clima de aprendizaje colaborativo e incluyente en diferentes escenarios y contextos.
- Utiliza de manera ética y crítica las Tecnologías de la Información, Comunicación, Conocimiento y Aprendizaje Digital (TICCAD), como herramientas mediadoras para construcción del aprendizaje matemático, en diferentes plataformas y modalidades multimodales, presenciales, híbridas y virtuales o a distancia, para favorecer la significatividad de los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Aplica sus habilidades digitales en diversos contextos, al participar de manera crítica y reflexiva, en comunidades de trabajo académico y redes de colaboración, para compartir experiencias sobre la docencia o en la investigación de la enseñanza de las matemáticas.
- Emplea didácticamente herramientas tecnológicas para analizar y modelar situaciones en las que el alumnado encuentra patrones de los fenómenos de la vida cotidiana y los argumenta de forma coherente.
- Promueve la participación en la creación de contenidos, materiales, recursos y aplicaciones para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como la divulgación de resultados de investigación.
- Incorpora la innovación tecnológica para la innovación pedagógica en su desarrollo profesional.

Estructura del curso

Geometría analítica

- Sistema de coordenadas y localización de puntos en el plano
- Distancia entre dos puntos
- División de un segmento en una razón dada
- Cálculo de perímetros y áreas

Unidad I. Introducción a la geometría analítica

- Pendiente y ángulo de inclinación
- Ángulo entre dos rectas
- Paralelismo y perpendicularidad
- Ecuación de la recta en sus distintas formas

Unidad II. Línea recta

- Circunferencia
- Parábola
- Elipse
- Hipérbola

Unidad III. Cónicas

Orientaciones para el aprendizaje y enseñanza

Es importante que el docente responsable del curso considere la transición del enfoque de la geometría sintética al de la geometría analítica. En esta transición es transcendental analizar problemas cuya solución se realiza utilizando ambos enfoques. El docente puede resaltar las ventajas que tiene el método analítico sobre el sintético. En este proceso de enseñanza y aprendizaje el docente puede utilizar un software de geometría dinámica como lo es GeoGebra.

Para el desarrollo de las actividades de este curso se sugiere, al menos tres reuniones del colectivo docente, para planear y monitorear las acciones del semestre, e incluso, acordar evidencia de aprendizaje común. Específicamente, el trabajo colegiado puede establecerse con docentes titulares de los cursos *Trigonometría, Planeación y evaluación diversificada de los aprendizajes, Intervención didáctico-pedagógica y trabajo docente*, así como *Tecnologías y diseño didáctico*.

En el proceso de desarrollo del curso, es indispensable reflexionar con la población estudiantil normalista la manera en cómo se abordan los contenidos, las características de las situaciones didácticas que se plantean y los soportes analógicos o tecnológicos utilizados en contenidos del curso en las escuelas secundarias.

El curso brinda la oportunidad de elaborar las herramientas para el diseño de situaciones didácticas para la enseñanza y aprendizaje de un contenido disciplinar, a partir de una metodología de trabajo innovadora centrada en el aprendizaje. Puede ser con soporte analógico, como doblado de papel, uso de instrumentos de trazo no convencionales (métodos del jardinero), tramado de hilos para generar cónicas, etcétera.

Proyecto integrador

El Plan de estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas establece que “Al término de cada curso se incorporará una evidencia o proyecto integrador desarrollado por el estudiantado, de manera individual o en equipos como parte del aprendizaje colaborativo, que permita demostrar el saber ser y estar, el saber, y el saber hacer, en la resolución de situaciones de aprendizaje. Se sugiere que la evidencia final sea el proyecto integrador del semestre, que permita evidenciar la formación holística e integral del estudiantado y, al mismo tiempo, concrete la relación de los diversos cursos y trabajo colaborativo, en academia, las maestras y maestros responsables de otros cursos que constituyen el semestre, a fin de evitar la acumulación de evidencias fragmentadas y dispersas” (DOF, 2022, p. 30-31).

En este semestre se propone recuperar la experiencia que ya tiene el estudiantado en la descripción del contexto y en la elaboración del diagnóstico, desarrollado en los dos primeros semestres, para recuperar los saberes de la geometría analítica que tiene la

comunidad, así como para recuperar lo que saben los estudiantes de la educación obligatoria sobre la geometría analítica, con el fin de adquirir los elementos necesarios y suficientes para la construcción de un proyecto de intervención didáctica.

Se define al proyecto de intervención como el diseño colaborativo de propósitos, estrategias, y actividades en las que se involucran algunos actores educativos de una comunidad para atender alguna problemática detectada en el diagnóstico, relacionada con el alcance del perfil de egreso de la educación obligatoria, con la gestión y la organización escolar, o con las necesidades específicas de aprendizaje de las matemáticas en la comunidad. Las estrategias pueden ser innovadoras, en tanto se atienden necesidades en contextos específicos y se diseñan actividades presenciales, a distancia e híbridas.

Características del proyecto de intervención del tercer semestre

Un proyecto de intervención es una estrategia que guía algunas acciones al interior de los espacios educativos, en el marco de un proyecto institucional, por lo que se convierte en una actividad cotidiana que forma parte de las prácticas docentes. Involucra a diversos actores educativos: recupera las fortalezas de los participantes para su elaboración, su ejecución y evaluación; apela a su capacidad de agencia y a su autonomía. Requiere de saberes teóricos y metodológicos para su diseño, de fundamentos conceptuales, y se justifica por los elementos que brinda el contexto y el diagnóstico.

Etapas del proyecto de intervención

A continuación, se describen las etapas de trabajo colegiado, mismas que no son necesariamente lineales, pues es posible regresar a replantear algunos aspectos conforme se necesite en el transcurso del diseño.

1. Descripción del contexto

Los estudiantes continuarán con las aproximaciones a la caracterización de los saberes del contexto en torno a la geometría analítica, y de las dinámicas y procesos educativos dentro de instituciones de educación secundaria y media superior. Las capacidades adquiridas en ese momento continuarán desarrollándose durante este semestre, ya que una etapa fundamental para la construcción del proyecto integrador es la enmarcación de la intervención dentro de un contexto determinado.

Es importante recuperar las relaciones entre la escuela y la comunidad, entre otros. Si el futuro docente es asignado en una nueva institución deberá realizar la caracterización de todo lo anterior, a partir de sus procesos de observación.

2. Diagnóstico

Explica las características de los estudiantes que integran el grupo a partir de los resultados del aprendizaje, las condiciones cognitivas, biológicas, ecológicas, étnicas, culturales, sociales, económicas, tecno sociales y políticas que posibilitan o limitan la enseñanza y el aprendizaje de la geometría analítica con fundamento teórico y consenso experiencial.

El diagnóstico pretende asegurar el nivel de partida para la planificación del proyecto de intervención didáctica, y la socialización de éste permite integrar disciplinas que acercan a una perspectiva de trabajo multidisciplinar, interdisciplinar o transdisciplinar, según sean los propósitos de aprendizaje a formalizar en la comunidad.

Finalmente es importante reconocer las características de los estudiantes que posibilitan la enseñanza y aprendizaje del pensamiento científico con la creatividad inserta en las matemáticas.

3. Problematización

A partir del diagnóstico, se identifican uno o varios problemas, entendidos éstos como aquellas situaciones que requieren de una atención específica por parte de los actores educativos para mejorar, innovar o reflexionar sobre algún proceso de aprendizaje, para fortalecer algún rasgo de la gestión escolar, para aminorar algún desajuste emocional o afectivo por parte de un estudiante, un grupo focal, o un grupo de docentes; o para mejorar y adaptar nuevas formas metodológicas, pedagógicas y didácticas en la forma de enseñanza.

Estas situaciones se jerarquizan y ordenan por prioridad de atención, de acuerdo con el contexto institucional valorando la viabilidad de su solución o visualizando la pertinencia de las intervenciones de mejora.

La problematización consiste pues, en identificar cómo se colocan los problemas desde las dimensiones de la práctica docente: personal, interpersonal, social, institucional, didáctica y valoral (Fierro, Fortoul y Rosas, 2012).

a) Planteamiento del problema

Este apartado consiste en enunciar la frase concreta que enmarca la problemática de atención derivada del escrutinio de las prioridades de atención identificadas y que ha sido elegida para intervención didáctica.

Debe ser una frase que contenga a las variables de estudio, de investigación o de intervención y que inviten a la formulación de una hipótesis de acción que dé pie a los procesos siguientes del proyecto de intervención.

4. Plantear propósitos y objetivos de la intervención

A partir del problema y de los perfiles de la educación obligatoria que se quieran alcanzar, se elabora un objetivo que permita desarrollar un proceso de intervención

didáctica. Dicho propósito requiere que se explicita qué se desea alcanzar, cómo se espera alcanzarlo, esto es, con qué metodología o estrategias, y para qué se desea alcanzar, cuál es la visión prospectiva y los escenarios posibles.

5. Consultas de información

Buscar, seleccionar y clasificar información que dé cuenta de procesos de intervención en el aula, que sirvan de base para diseñar una propuesta de intervención didáctica acorde a su problema de estudio.

6. Diseña estrategias didácticas

Las estrategias para la intervención didáctica suponen un proceso de innovación de la práctica, particularmente en el ámbito de la enseñanza de la geometría analítica, incluso aspectos del estudio del álgebra, como el abordaje de la línea recta en secundaria, que fundamentan matemáticamente las estrategias y secuencias didácticas que van a diseñar.

Una propuesta es la de la ingeniería didáctica que se basa en el diseño de secuencias didácticas y de actividades en función de aspectos matemáticos y conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control de variables didácticas. Esto permite un contraste entre un análisis a priori de una secuencia, que analiza el contenido matemático involucrado, las posibles respuestas de los estudiantes y las estrategias didácticas, con la narrativa de lo que sucede durante su desarrollo.

7. Elaboración de un plan de acción

Esta es una de las primeras experiencias de los estudiantes normalistas relacionada con el diseño de propuestas de intervención didáctica, ejercicio que sienta las bases para su trabajo posterior durante las jornadas de prácticas profesionales. Por lo tanto, es necesario que el futuro docente tenga claridad respecto a la dimensión que desea impactar con su diseño y su viabilidad. Una parte importante del plan de acción es el análisis previo de las secuencias didácticas, sobre las posibles soluciones que pueden desarrollar los estudiantes. El estudio de la geometría analítica brindará insumos para que sea posible prever el abordaje analítico de problemas.

8. Evaluación de la pertinencia de la propuesta

La evaluación del diseño de una propuesta de intervención didáctica sugiere la consideración de algunos criterios que permitan su evaluación previamente a su implementación. Este análisis a priori permite identificar la congruencia interna entre las necesidades, los perfiles, los propósitos y las estrategias planteadas. Por otro lado, se está en posibilidad de prever los recursos, las gestiones, y las contingencias.

Considera la naturaleza del contenido disciplinar en este caso de la geometría analítica, para definir las estrategias, los recursos de aprendizaje y formas de evaluar.

Sugerencias de evaluación

Es importante tomar en cuenta lo que establece el Plan de estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, sobre la evaluación global, la cual se constituye de dos partes:

1. La suma de las unidades de aprendizaje tendrá un valor del 50 por ciento de la calificación.
2. La evidencia integradora o proyecto integrador tendrá el 50 por ciento que complementa la calificación global.

Por otro lado, se sugiere establecer criterios y elementos conjuntos de la evidencia integradora a partir de la colaboración de los cursos de este semestre. Como ejemplo el curso Planeación y evaluación diversificada de los aprendizajes, por lo que es posible articular los cursos con los elementos y el enfoque de evaluación que desde ahí se promueve. De esta manera se hace vivencial y significativo el saber, al ponerlo en práctica como parte de su propio proceso formativo.

Evidencias de aprendizaje

A continuación, se presenta el concentrado de evidencias que se proponen para este curso, en la tabla se muestran cinco columnas, que, cada docente titular o en colegiado, podrá modificar, retomar o sustituir de acuerdo con los perfiles cognitivos, las características, al proceso formativo, y contextos del grupo de normalistas que atiende.

Unidad de aprendizaje	Evidencias	Descripción	Instrumento	Ponderación
Unidad 1	Exposición de un problema del entorno y de la comunidad del alumno.	Documento expositivo que contenga la representación geográfica con apoyo de geo localizador de dos lugares y calcular la distancia en línea recta, a partir de sus coordenadas geográficas con la fórmula de distancia.	Rúbrica	50%
Unidad 2	Exposición de un problema del	Documento que contenga la	Rúbrica	

	entorno y de la comunidad del alumno por medio de la utilización de la metodología ABP y herramientas tecnológicas como el geo localizador.	construcción de un problema contextualizado a alguna situación real donde intervengan contenidos vistos en la unidad, tales como diferentes representaciones de la recta, aplicaciones situadas de la pendiente, validación del ángulo entre 2 calles, como las colindantes de sus casas, escuela, biblioteca, parque, etc.; con el apoyo de un geo localizador y determinar qué tipo de ángulos forman.		
Unidad 3	Exposición de construcción de cónicas y sus elementos.	Documento o presentación de la construcción de alguna cónica mediante software, actividades lúdicas, cortes del cono, etc. en el que se analice la creación de los elementos de la sección cónica.	Rúbrica	
Evidencia integradora	Diseño de algunos elementos que favorezcan el diagnóstico y la recuperación de saberes necesarios para una intervención didáctica.	Documento que incluye el diagnóstico del futuro docente sobre los saberes de la geometría analítica del estudiantado de educación obligatoria, y diseño didáctico para su abordaje.	Rúbrica y lista de cotejo	50%

Unidad de aprendizaje I. Introducción a la geometría analítica

Presentación

En esta primera unidad se pretende favorecer el aprendizaje de elementos básicos del estudio de la geometría analítica, desde la ubicación de coordenadas en el plano cartesiano, hasta el cálculo de perímetros y áreas, mediante el uso de las Tecnologías de la Información, Comunicación, Conocimiento y Aprendizaje Digital (TICCAD) y la resolución de problemas.

Propósito de la unidad de aprendizaje

Que el estudiante normalista construya relaciones entre la geometría y el álgebra mediante el análisis de situaciones de diversos contextos, tanto matemáticos como de la comunidad, que lleven a diseñar conjeturas y modelos matemáticos y el reconocimiento de que una misma expresión matemática puede ser escrita de diferentes maneras, con la finalidad de acrecentar su bagaje matemático, fundamentar estrategias didácticas y de investigación que le ayuden a conformar su propio estilo de enseñanza situada y enseñanza en situación.

Contenidos

- Sistema de coordenadas y localización de puntos en el plano cartesiano.
- Distancia entre dos puntos.
- División de un segmento en una razón dada.
- Cálculo de perímetros y áreas.

Estrategias y recursos para el aprendizaje

A continuación, se presentan una serie de actividades, las cuales son susceptibles de adecuarse o cambiarse para atender las particularidades del contexto y de las necesidades del grupo que se atiende.

- Determinar las características y elementos del plano cartesiano.
- Ubicar las siguientes coordenadas en el plano cartesiano:

$$A(2.3, 3.5), B(-4, 5), C(-1.5, -3.5), D(3.5, -2.5), E\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{4}\right), F(-\pi, e), G\left(-\frac{\pi}{5}, \frac{19}{5}\right), H(e, -\pi)$$

Nota: Recordar que las constantes π y e son números irracionales y que sus valores aproximados son 3.14 y 2.71, respectivamente.

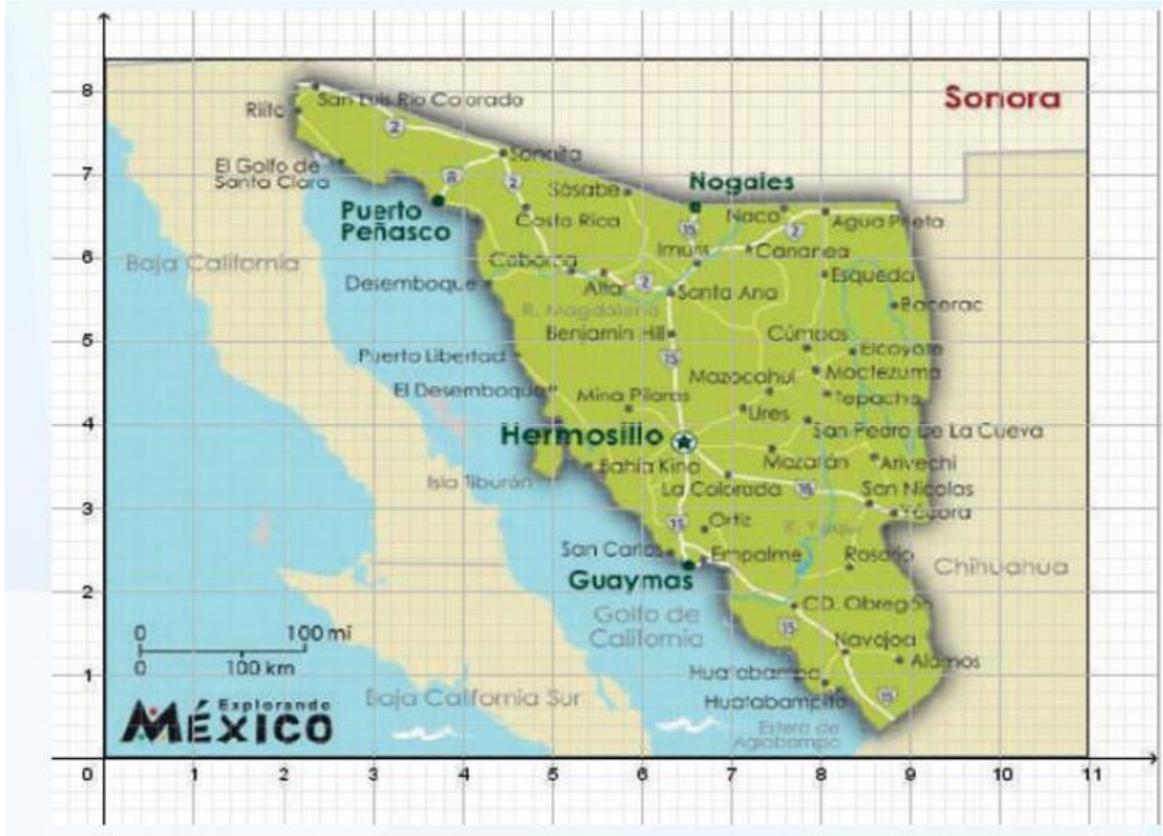
- Localizar pares de puntos y determinar la distancia entre ellos en un contexto escolar áulico.
- Ubicar puntos o lugares en el croquis de la escuela usando el sistema de coordenadas rectangulares, poniendo de referencia un lugar en específico, por ejemplo: la cafetería, biblioteca, área deportiva, auditorio, explanada, entre otros.

Ejemplo: En un plano cartesiano, ayuda a Enrique a encontrar el camino para regresar al campamento y determina las distancias que tuvo que recorrer.

En un paseo de campo Enrique y sus amigos ubicaron el campamento en las coordenadas (2,5), después de alojarse decidieron ir en busca de madera y hojas secas para una fogata. Enrique y otro compañero emprendieron camino hacia el noreste hasta la coordenada (7,9), como no encontraron lo que se necesitaba, se dirigieron hacia el sur y buscaron en el sector de coordenadas (0,11), recogieron algo, pero siguieron hacia el sur hasta llegar al punto (-3,12). Los jóvenes se sintieron perdidos y se dirigieron a la izquierda hacia el punto (-5,2).

Hallar la distancia entre cada movimiento realizado y cuánto caminaron al final e identificar a qué distancia se encuentran perdidos del campamento.

- Utilizar la fórmula de la distancia para resolver los siguientes planteamientos que conducen al cálculo de la distancia de distintos pares de puntos: Estas actividades ayudarán a formular conjeturas que serán comprobadas analíticamente con los conceptos desarrollados en unidades posteriores.
 1. Verificar que los puntos P(2, 1), Q(2, 2) y R(5, 2) son los vértices de un triángulo isósceles.
 2. Demostrar que los puntos F(1, 5), G(2, 1), H(1, 5) e I(2, 1) son los vértices de un paralelogramo.
 3. Utilizando la distancia entre dos puntos, verificar que los puntos A(5, 5), B(3, 7) y C(2,0) forman un triángulo rectángulo.
 4. Demostrar que los puntos A(0, 1), B(3, 5), C(7, 2) y D(4, 2) son los vértices de un cuadrado.
- Utilizando la fórmula de distancia y el mapa del Estado de Sonora, encontrar la longitud de Hermosillo a cada una de las siguientes ciudades: Guaymas, Nogales y Puerto Peñasco (Nótese que cada unidad representa 100 km).



- Hallar los puntos de trisección del segmento cuyos extremos son los puntos A(-2,3) y B(6,-3).

Juan estaba paseando en el bosque, al ver su localizador decía que se encontraba en el punto A(-6,-3) y que la cabaña a la que tenía que regresar estaba en el punto B(9,7). Caminó hacia la cabaña en línea recta, dejando marcas en los puntos que su localizador le señaló que dividía el trayecto en 5 partes. ¿Cuáles fueron esos puntos?

Pedro está caminando del punto A(7,4) al punto C(-1, -4). Se detuvo en el punto B(1, -2) ¿Qué parte del camino ha recorrido y cuánto le falta por recorrer?

- Calcular el perímetro de polígonos en construcciones del entorno, por ejemplo: la iglesia, el ayuntamiento, área deportiva, hospital, material, juegos tradicionales.
- Elaborar un papalote tradicional:
 1. Escribir la definición de cometa.
 2. Escriba las medidas de su cometa.

3. Dibuje su cometa (a escala) en R^2 e identifique sus coordenadas
 4. Demuestre en forma analítica que su figura es un cometa.
 5. Encuentre el perímetro de su cometa.
 6. Por tres formas diferentes, encuentre el área de su cometa.
 7. Encuentre las dimensiones de sus diagonales.
- Con el fin de que se contribuya a la conformación de la evidencia que permitirá evaluar los aprendizajes de la unidad, los estudiantes elaborarán un documento que contenga la construcción de un problema contextualizado a alguna situación real, donde intervengan contenidos vistos en la unidad, tales como diferentes representaciones de la recta, aplicaciones situadas de la pendiente, validación del ángulo entre 2 calles, ubicando las colindantes de sus casas, escuela, biblioteca, parque, entre otras referencia, con el apoyo de un geo localizador para determinar qué tipo de ángulos forman.

Este tipo de actividades coadyuvan a la construcción del proyecto integrador del semestre, en la medida que favorecerá la recuperación de información de los contextos de la escuela, la construcción del diagnóstico de los saberes de la geometría analítica en la comunidad y en el aula, o de las estrategias de intervención didáctica. Se espera que la propuesta de intervención didáctica contenga las siguientes características: problemas reales en su entorno, favorezcan la creatividad, novedoso e innovador y que contenga resolución algebraica que tenga fluidez y seguridad en la exposición

- Plantear y resolver problemas que conducen al cálculo de perímetros y áreas de figuras geométricas.
- Encontrar el perímetro del triángulo formado por los puntos $(2,5)$, $(3,4)$ $(4,3)$ que forman el techo de una superficie de la escuela primaria.
- Usar simuladores de GeoGebra para calcular perímetro y áreas de polígonos en el plano cartesiano.

Evaluación de la unidad

Derivado de las actividades se propone una evidencia que permite expresar los aprendizajes de la unidad, con sus criterios de evaluación correspondientes.

Es importante recordar al profesorado que el proceso formativo comienza cuando el estudiante tiene claridad sobre los resultados del aprendizaje deseado y sobre la evidencia que mostrará dichos aprendizajes, de ahí la importancia de que los criterios

del desempeño y las características de las evidencias sean conocidos por el estudiantado desde el inicio del curso.

Este cuadro se elabora tomando en cuenta los dominios y desempeños a los que atiende el curso, conformados en el ser, ser docente y hacer docencia.

Evidencia de aprendizaje para evaluar la unidad	Criterios de evaluación
<p>Exposición de un problema real para el alumno.</p> <p>Documento expositivo que contenga la representación geográfica con apoyo de geo localizador de dos lugares y calcular la distancia en línea recta entre ellas, a partir de sus coordenadas geográficas con la fórmula de distancia.</p>	<p>Saber conocer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Caracteriza, define, representa, válida objetos matemáticos como el sistema de coordenadas cartesianas, sus relaciones como la distancia entre dos puntos y operaciones como el perímetro y el área. • Establece conjeturas geométricas y las valida con la herramienta analítica. <p>Saber hacer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ubica puntos en el plano cartesiano. • Obtiene la distancia entre dos puntos. • Divide un segmento en una razón dada. • Calcula perímetros y áreas con procedimientos analíticos. • Reconoce problemas del entorno que requieren de la herramienta analítica. • Utiliza la herramienta de la geometría analítica en problemas de la cotidianidad, las matemáticas y ciencias. • Elabora informes que demuestren conocimiento de la geometría y del contexto de su aplicación. • Utiliza soportes tecnológicos para representar, conjeturar y resolver problemas de la geometría analítica.

	<p>Saber ser y estar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica sus propios progresos a partir de un diagnóstico de sus conocimientos de geometría y geometría analítica en contextos reales. • Escucha las opiniones de sus compañeros y las incorpora en los aprendizajes de la geometría analítica. • Observa detalladamente la implementación de estrategias didácticas en el aula • Analiza de manera crítica las propuestas y productos elaborados. • Muestra flexibilidad y creatividad en la utilización de diversas herramientas tecnológicas. <p>Vinculación con la comunidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Recupera situaciones cotidianas donde cobra sentido el uso de la geometría analítica en la medición de distancias lineales, de áreas, angulares, entre otras.
--	---

Bibliografía

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad, o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

Bibliografía básica

Kindle, J. H. (2007). *Geometría analítica*. EUNED.

Lehmann, C. H. (1989). *Geometría analítica*. Editorial Limusa.

Bibliografía complementaria

Colegio Nacional de Matemáticas (2009). *Matemáticas simplificadas*, 2ª ed. Pearson educación.

Santana, M. E. (2010). Geometría analítica plana con GeoGebra. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 75, 131-142.

Valencia, A. (1990). ¿Aprovechamos nuestros cursos de geometría analítica? *Educación Matemática*, 2(02), 14-21.

Videos

TuProfeVirtual (9 ago 2014) SISTEMAS DE COORDENADAS RECTANGULARES - Plano Cartesiano - Lección 1 [Archivo de video]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=2P46FprOypc>

Sitios web

Simuladores en Geogebra

<https://www.geogebra.org/m/gW5SjkZp#material/v5rEA8Me>

Videos de geometría analítica. Canal Math2Me:

https://www.youtube.com/user/asesoriasdematecom/playlists?view=50&sort=d&shelf_id=19

<https://www.mathopenref.com/coordintro.html>

<https://www.geogebra.org/m/bAnXeC4b>

<https://www.geometriaanalitica.info/>

Unidad de aprendizaje II. Línea recta

Presentación

En esta segunda unidad de aprendizaje se da continuidad a los temas revisados en la primera unidad y comienza abordando los temas de pendiente y ángulo de inclinación, necesarios para calcular posteriormente el ángulo entre dos rectas, el cual es también parte del contenido de la unidad. Luego se prosigue a trabajar el paralelismo y perpendicularidad, usando propiedades características de este tipo de rectas, para finalmente conocer y generar la ecuación de la recta en sus distintas formas.

Las actividades desarrolladas, permitirán al estudiantado conformar una evidencia de aprendizaje sobre el uso y reconocimiento de las rectas en el entorno, así como las cualidades que poseen respecto a la pendiente y a otros lugares geométricos.

Propósito de la unidad de aprendizaje

Que el estudiante normalista reconozca a la línea recta como un lugar geométrico y una forma de modelar diversas situaciones del entorno, encontrando la relación entre el ángulo de inclinación y la pendiente, mediante ejercicios con aplicaciones prácticas, calculando ángulos entre dos rectas, resolviendo problemas y/o ejercicios donde aplique las condiciones de paralelismo y perpendicularidad entre dos o más rectas en distintos contextos, así como pueda reconocer y hacer paso a las diferentes formas o representaciones de la ecuación de la recta que le brinden diversas formas de comunicación y el desarrollo de un pensamiento crítico.

Contenidos

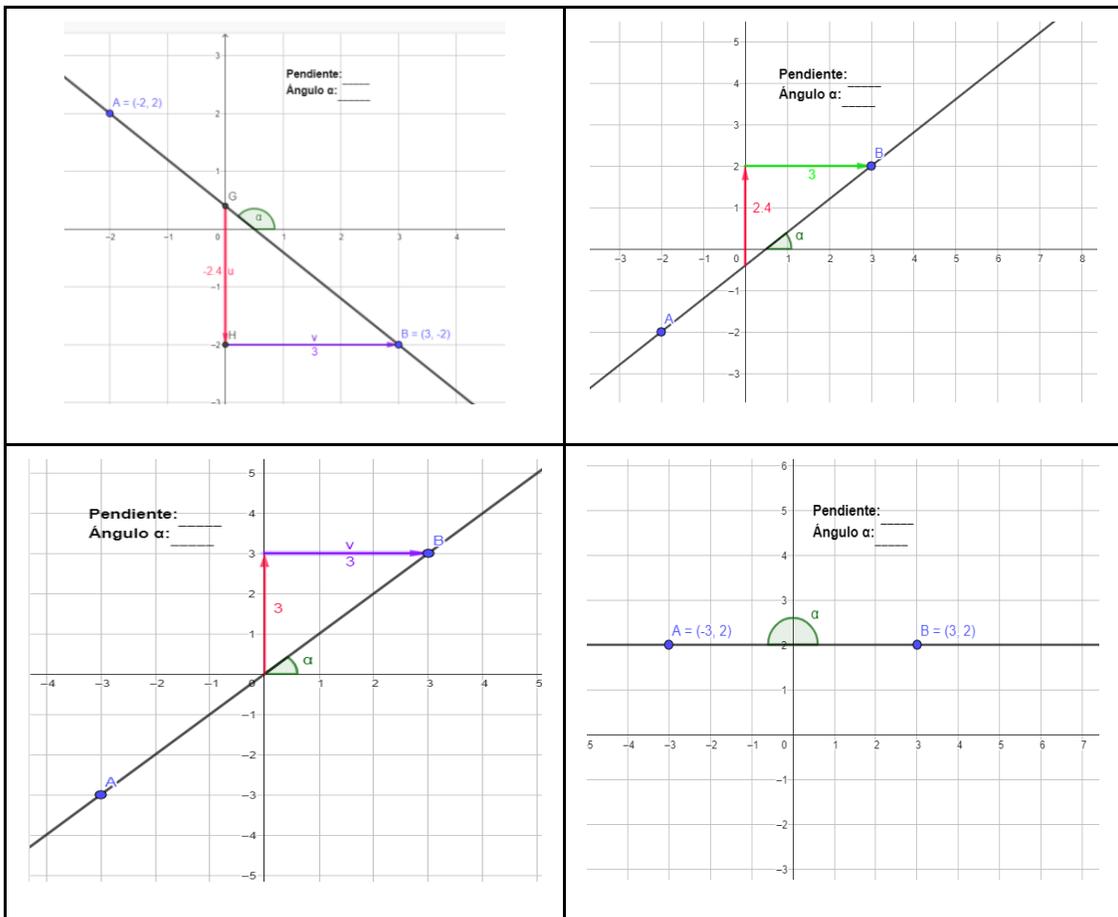
- Pendiente y ángulo de inclinación
- Ángulo entre dos rectas
- Paralelismo y perpendicularidad
- Ecuación de la recta en sus distintas formas

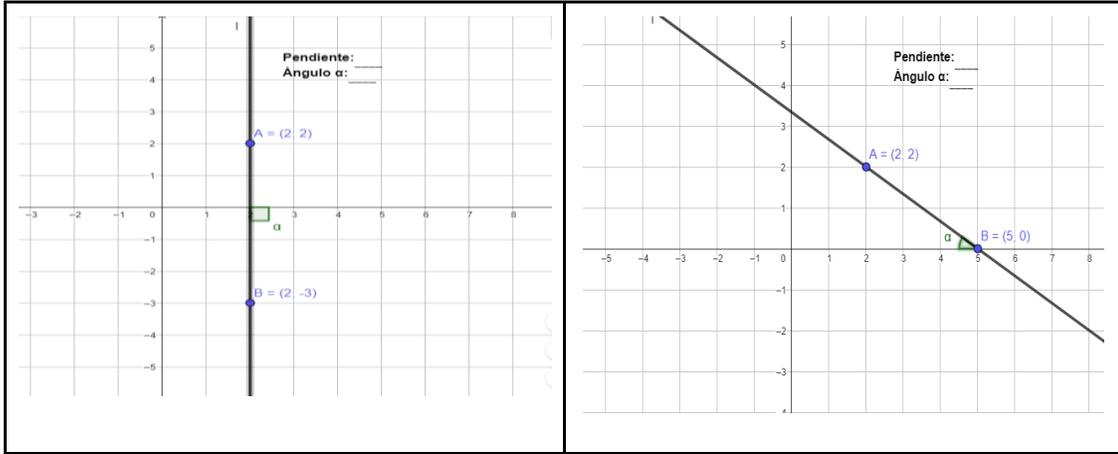
Estrategias y recursos para el aprendizaje

A continuación, se presenta una serie de actividades, las cuales son susceptibles de adecuarse o cambiarse para atender las particularidades del contexto y de las necesidades del grupo que se atiende.

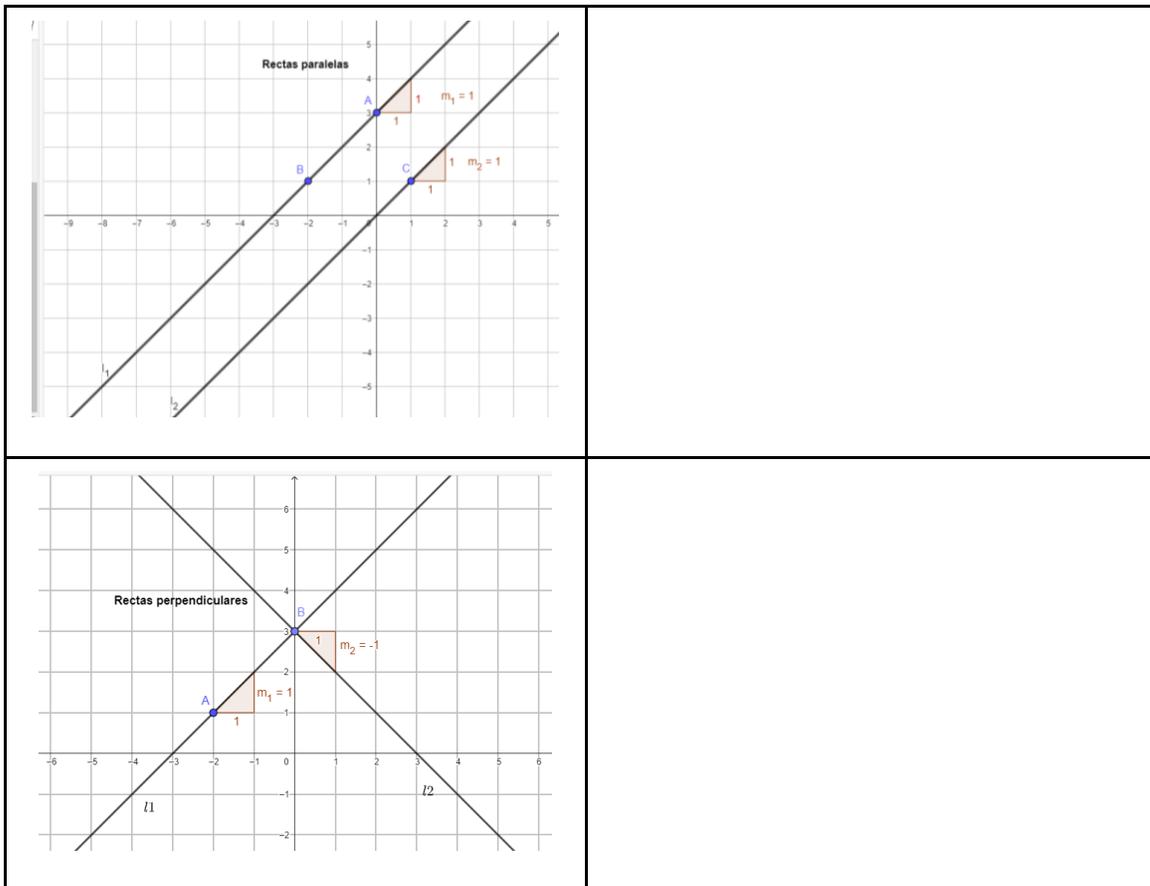
- Resolver los siguientes problemas y realiza un gráfico en el que se muestran los elementos indicados en cada uno.
 1. Encontrar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasa por los puntos $A(-2, -1)$ y $B(1, 5)$.
 2. Probar que los puntos $A(-3, 4)$, $B(3, 2)$ y $C(6, 1)$ son colineales.
 3. Una empresa tuvo ventas en 2018 por \$6 500 000 y en el año 2022 su monto de ventas fue \$8 250 000. ¿Cuál fue su tasa de crecimiento anual?
 4. Hallar los ángulos interiores de un triángulo cuyos vértices son $A(-3,-2)$, $B(2, 5)$, $C(4,2)$ y verifica que se cumple la propiedad de la suma de ángulos interiores de un triángulo.

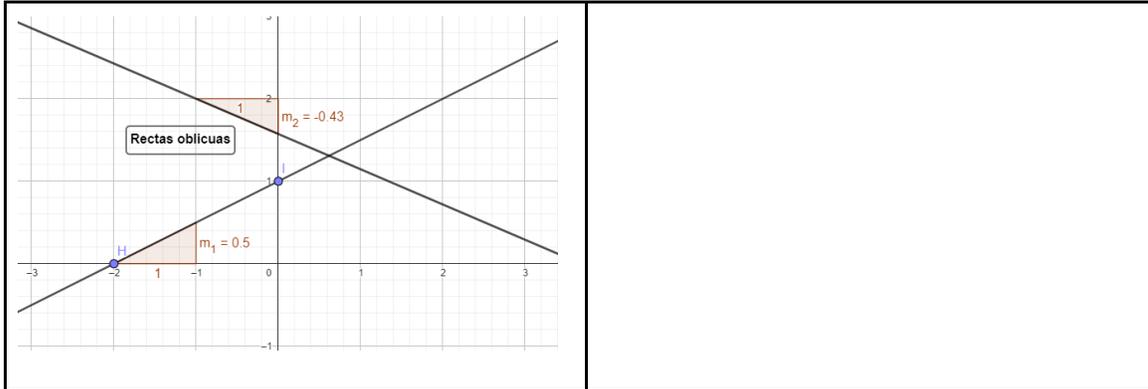
- Calcular la pendiente (positiva, negativa, cero o indefinida) y el ángulo de inclinación (agudo, obtuso, cero, 90°) de las rectas que pasan por los puntos indicados a continuación.



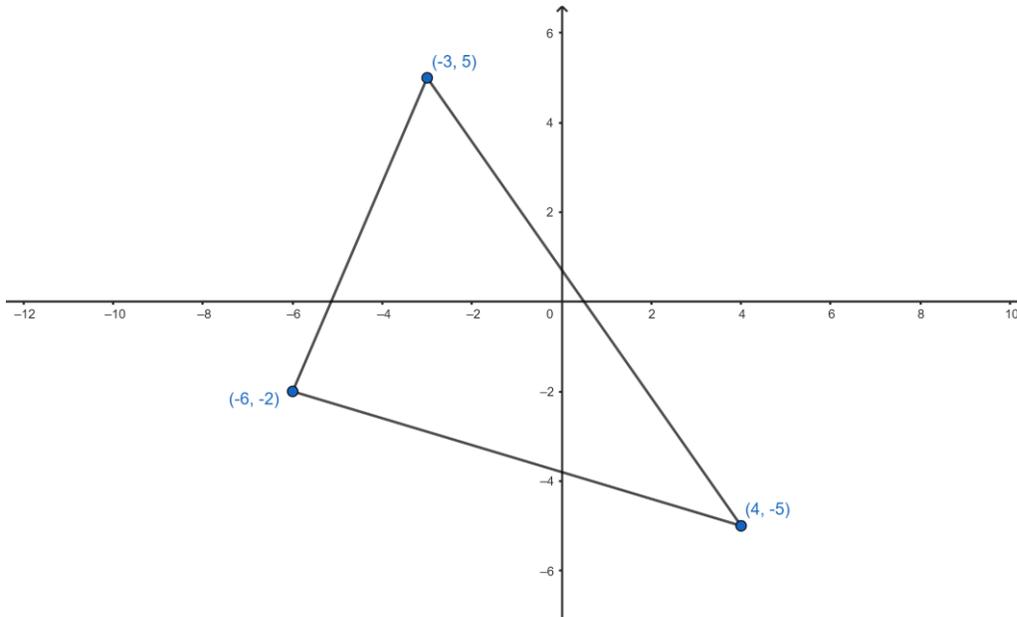


- Mencionar brevemente las condiciones para que dos rectas sean paralelas, perpendiculares u oblicuas.





1. ¿Cómo podemos comprobar que los puntos $A(1,1)$, $B(3,5)$, $C(11,6)$ y $D(9,2)$ son los vértices de un paralelogramo?
2. Comprobar que los cuatro puntos $A(2,2)$, $B(5,6)$, $C(9,9)$ y $D(6,5)$ son vértices de un rombo y que sus diagonales son perpendiculares y se cortan en su punto medio.
3. Dadas las rectas l_1, l_2, l_3 determinar cómo son (paralelas, perpendiculares, iguales, se cortan en un punto) par a par.
 - i. $l_1: 3x + 4y - 8 = 0$
 - ii. $l_2: -8x + 6y + 1 = 0$
 - iii. $l_3: 5x - y - 3 = 0$
4. Abraham dice que el siguiente triángulo es rectángulo e Isabel dice que no. ¿Quién de los dos tiene razón y por qué?



- Discutir las diferentes representaciones de la ecuación de la recta y las relaciones entre sus elementos.
- Realiza la transformación de la ecuación de la recta a sus diferentes formas.

Forma general de recta	Pendiente ordenada al origen	Punto-Pendiente	Forma simétrica
$x - 3y + 6 = 0$			
	$m = 3, b = -5$		
		$A(1, -1), B(-3, 2)$	
			$a = 4, b = 1$

1. Determinar la ecuación de la recta en su forma simétrica si pasa por la intersección de las rectas, $2x + y - 5 = 0$ y $3x - 4y - 2 = 0$, y es paralela a la recta que pasa por los puntos $(-1,1)$ y $(3,6)$.
- Utilizar un graficador (GeoGebra, Desmos u otro) para verificar las soluciones a las actividades propuestas en clase y con él analizar cambios en las ecuaciones o elementos al modificar datos o posiciones de éstos.
 - Elaborar un papalote tradicional: (Parte 2). Considerando las actividades desarrolladas en la unidad I
 1. Probar que sus diagonales son perpendiculares.
 2. Encontrar las pendientes de cada lado del cometa.
 3. Encontrar los ángulos interiores del cometa y probar que la suma da 360° .
 4. Encontrar la razón en que las diagonales se intersectan.
 5. Colocar una foto de su cometa final.
 6. Si su cometa voló anexar una foto como prueba de esto.
 - Exponer un problema real para el alumno (ABP), con el fin de que se contribuya a la conformación de la evidencia que permitirá evaluar los aprendizajes de esta segunda unidad. Los estudiantes elaborarán un documento que permita recuperar información para hacer un diagnóstico de los saberes de los problemas del entorno y de la comunidad en los que se requiere el abordaje de lugares geométricos que involucran líneas rectas, ángulos entre ellas, y lugares relativos como el conjunto de puntos que equidistan de otros. Esta reflexión permitirá abordar una problematización al respecto.
 - Calcular el ángulo entre dos rectas trazadas con la distancia entre ciudades de un mapa.

Evaluación de la unidad

Derivado de las actividades, se propone una evidencia que permite expresar los aprendizajes de la unidad, con sus criterios de evaluación correspondientes.

Es importante recordar al profesorado que el proceso formativo comienza cuando el estudiante tiene claridad sobre los resultados del aprendizaje deseado y sobre la evidencia que mostrará dichos aprendizajes, de ahí la importancia de que los criterios del desempeño y las características de las evidencias sean conocidos por el estudiantado desde el inicio del curso.

Este cuadro se elabora tomando en cuenta los dominios y desempeños a los que atiende el curso, conformados en el ser, ser docente y hacer docencia.

Evidencia de aprendizaje para evaluar la unidad	Criterios de evaluación
<p>Exposición de un problema del entorno y de la comunidad del alumno (ABP).</p> <p>Documento que contenga la construcción de un problema contextualizado a alguna situación real donde intervengan contenidos vistos en la unidad, tales como diferentes representaciones de la recta, aplicaciones situadas de la pendiente, validación del ángulo entre 2 calles, como las colindantes de sus casas, escuela, biblioteca, parque, con el apoyo de un geo localizador y determinar qué tipo de ángulos forman.</p>	<p>Saber conocer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Caracteriza, define, representa, y valida objetos matemáticos como la línea recta, su ecuación en sus diversas formas, y sus elementos; sus relaciones geométricas como el paralelismo, la perpendicularidad, y la intersección y las relaciones métricas como la distancia entre dos rectas, el perímetro y el área de polígonos. • Reconoce posiciones relativas de rectas a partir de su ecuación. <p>Saber hacer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconoce problemas del entorno que requieren de la herramienta analítica. • Ubica rectas en el plano cartesiano; a partir de dos puntos, de un punto y su pendiente, de un valor de la pendiente. • Representa la ecuación en sus diversas formas e identifica sus elementos. • Obtiene la distancia entre un punto y una recta. • Calcula perímetros y áreas de figuras a partir de los segmentos de recta con procedimientos analíticos. • Utiliza la herramienta de la geometría analítica en problemas de la cotidianidad, las matemáticas y ciencias.

	<ul style="list-style-type: none"> • Recupera problemas que podrán ser abordados mediante ABP. • Elabora informes que demuestren conocimiento de la geometría y del contexto de su aplicación. • Utiliza soportes tecnológicos para representar, conjeturar y resolver problemas de la geometría analítica. <p>Saber ser y estar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica sus propios progresos a partir de un diagnóstico de sus conocimientos de geometría, álgebra y geometría analítica en contextos reales. • Escucha las opiniones de sus compañeros y las incorpora en los aprendizajes de la geometría analítica. • Observa detalladamente la implementación de estrategias didácticas en el aula. • Analiza de manera crítica las propuestas y productos elaborados. • Muestra flexibilidad y creatividad en la utilización de diversas herramientas tecnológicas. <p>Vinculación con la comunidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Recupera lugares geométricos y situaciones cotidianas donde cobra sentido el uso de la geometría analítica en la medición de distancias lineales, de áreas, angulares, entre otras.
--	--

Bibliografía

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad, o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

Bibliografía básica

Kindle, J. H. (2007). *Geometría analítica*. EUNED.

Lehmann, C. H. (1989). *Geometría analítica*. Editorial Limusa.

Bibliografía complementaria

Arvizu, M. A. V., & Alvarado, M. G. G. (2013). *Geometría analítica moderna*. Universidad de Sonora.

Colegio Nacional de Matemáticas (2009). *Matemáticas simplificadas*, 2ª ed. Pearson educación.

Kletenik, D. (1968). *Problemas de geometría analítica*.

Santana, M. E. (2010). Geometría analítica plana con GeoGebra. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 75, 131-142.

Valencia, A. (1990). ¿Aprovechamos nuestros cursos de geometría analítica? *Educación Matemática*, 2(02), 14-21.

Videos

Rodrigo Lugo (31 ago 2020) Rectas paralelas y perpendiculares. [Archivo de video]. Disponible en https://www.youtube.com/watch?v=qabks_x5BFk

Recursos de apoyo

Juego de geometría

Calculadora

Sitios web

geogebra.org

<https://www.geogebra.org/m/bAnXeC4b#chapter/201209>

GeometriaAnalitica.info

<https://www.geometriaanalitica.info/>

desmos.com

khanacademy.org

Unidad de aprendizaje III. Cónicas

Presentación

En esta unidad se da continuidad a los aprendizajes adquiridos en las unidades anteriores. Específicamente, se pretende utilizar el concepto de distancia entre dos puntos para determinar la ecuación del lugar geométrico que define cada cónica. En la determinación de la ecuación se parte de la versión ordinaria (centro o vértice en el origen) para luego analizar la versión general (centro o vértice en (h, k)) de cada cónica.

En este sentido, es importante analizar esta transición en términos de una transformación rígida en el plano. Además, se analizan los elementos característicos de cada cónica mediado por el uso de un software de geometría dinámica y en un ambiente de trabajo colaborativo.

Propósito de la unidad de aprendizaje

Se espera que el docente en formación reflexione acerca de los métodos de la geometría analítica y aplique los conceptos y relaciones matemáticas relativas a las cónicas en la resolución de problemas de su entorno, de la vida cotidiana y de su comunidad, por medio de sus habilidades digitales y su pensamiento crítico reflexivo, con el fin de fundamentar estrategias didácticas desde los aspectos matemáticos, pero también de las posibilidades de la modelación de situaciones de diversas.

Contenidos

Secciones cónicas

- Circunferencia
- Parábola
- Elipse
- Hipérbola

Estrategias y recursos para el aprendizaje

Para el desarrollo de esta unidad de aprendizaje se puede establecer un trabajo colegiado con el titular del curso *Tecnologías y diseño didáctico* para el uso de herramientas específicas.

Existe la posibilidad de vincular con el curso de *Trigonometría* en el análisis de la ecuación de la recta de regresión como un caso general al considerar sólo dos puntos en el plano.

A continuación, se presentan algunas sugerencias de actividades, no obstante, cada formador de docentes está en la libertad de modificar, sustituir o adaptarlas.

- Una de las orientaciones indispensables para el desarrollo del curso es el análisis de la transición de la geometría sintética a la geometría analítica. Así, se sugiere revisar el artículo Gascón (2002). Por tal razón se espera que los estudiantes repasen la construcción de una circunferencia, a partir de dado el centro y radio, utilizando regla y compás.
- En este sentido, es de suma importancia la construcción, desde la geometría sintética, de segmentos cuya longitud sea $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$, etc. Para tal fin se pueden considerar las propuestas de Swokowski y Cole (2009) y Llobet y Piquet (2005), etc.
- Se sugiere analizar algunas situaciones del entorno y de comunidad que involucren la determinación de longitud inconmensurables y que estén relacionadas con elementos de las cónicas como lo son lados rectos, vértices, eje mayor, eje menor etc.
- Utilizando un software de geometría dinámica, como GeoGebra, analizar que en la ecuación

$$(x - h)^2 + (x - k)^2 = r^2 \blacksquare$$

1. Al mantener constante r y variar h y k simultáneamente se obtiene una translación de la circunferencia.
2. Al mantener constantes h y k y variar r Se obtiene una ampliación o reducción de la circunferencia.
3. Ambas situaciones descritas anteriormente favorecen y justifican el uso de material didáctico para abordar este tema.

Se sugiere que a partir de la construcción de la circunferencia se discuta la ventajas o desventajas que tiene el método analítico en contraste con el método sintético.

- Para el estudio de las otras curvas (Elipse, Hipérbola y Parábola) se sugiere iniciar realizando un análisis desde el punto de vista de la geometría sintética como es la construcción por trazo continuo de cada curva. Luego de esto caracterizar elementos y propiedades de cada cónica.

- A partir de la revisión de las herramientas provistas por la geometría sintética se propone resolver los siguientes ejercicios y utilizarlos en la construcción de la gráfica dada la ecuación correspondiente de cada cónica.
 - 1) Hallar un procedimiento para obtener puntos de una parábola por medio de regla y compás, si se dan el foco y el vértice.
 - 2) Demostrar un procedimiento para obtener puntos de una elipse usando de regla y compás, si se dan sus ejes mayor y menor.
 - 3) Demostrar un procedimiento, con regla y compás, obtener puntos de una hipérbola, dados los focos y la longitud de su eje transversal
- Una vez hecho esto se procede a considerar las transformaciones rígidas de las gráficas, a partir de mantener constantes algunos parámetros y variar otros de manera simultánea o independiente. Esto se puede hacer tomando en cuenta el resumen propuesto por Lehmann (2013).

Evaluación de la unidad

Derivado de las actividades, se propone una evidencia que permite expresar los aprendizajes de la unidad, con sus criterios de evaluación correspondientes.

Es importante recordar al profesorado que el proceso formativo comienza cuando el estudiante tiene claridad sobre los resultados del aprendizaje deseado y sobre la evidencia que mostrará dichos aprendizajes, de ahí la importancia de que los criterios del desempeño y las características de las evidencias sean conocidos por el estudiantado desde el inicio del curso.

Este cuadro se elabora tomando en cuenta los dominios y desempeños a los que atiende el curso, conformados en el ser, ser docente y hacer docencia.

Evidencia de aprendizaje para evaluar la unidad	Criterios de evaluación
<p>Exposición de construcción de cónicas y sus elementos.</p> <p>Documento o presentación de la construcción de alguna cónica mediante software, actividades lúdicas, cortes del cono, etc. en el que se analice la creación de los elementos de la sección cónica.</p>	<p>Saber conocer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Caracteriza, define, representa, y valida las cónicas, sus ecuaciones en sus diversas formas, y sus elementos; sus relaciones geométricas como la tangencia, y su intersección.

	<ul style="list-style-type: none"> • Reconoce posiciones relativas de rectas a partir de su ecuación. <p>Saber hacer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Obtiene la ecuación de la cónica a partir de la utilización de la distancia entre puntos o puntos y rectas. • Resuelve problemas de la geometría sintética mediante la metodología analítica. • Modela problemas de lugares geométricos del entorno que requieren de la herramienta analítica. • Construye cónicas en el plano cartesiano; a partir de algunos de sus elementos característicos. • Utiliza la herramienta de la geometría analítica en problemas de la cotidianeidad que se modelan por la aplicación de las cónicas. <p>Saber ser y estar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica sus propios progresos a partir de un diagnóstico de sus conocimientos de geometría, álgebra y geometría analítica en contextos reales. • Escucha las opiniones de sus compañeros y las incorpora en los aprendizajes de la geometría analítica. • Observa detalladamente la implementación de estrategias didácticas en el aula • Analiza de manera crítica las propuestas y productos elaborados.
--	---

	<ul style="list-style-type: none"> • Muestra flexibilidad y creatividad en la utilización de diversas herramientas tecnológicas. <p>Vinculación con la comunidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Recupera lugares geométricos y situaciones cotidianas donde cobra sentido el uso de la geometría analítica en la medición de distancias lineales, de áreas, angulares, entre otras.
--	--

Bibliografía

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad, o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

Bibliografía básica

De la Fuente, Á. C., Quesada, M. C., & Armenteros, M. G. (2002). Sobre la geometría sintética y analítica. La elipse y sus construcciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, 5(2), 111-132.

Gascón Pérez, J. (2002). Geometría sintética en la ESO y analítica en el Bachillerato: ¿dos mundos completamente separados? *Suma*.

Landaverde, J. (1967). *Curso de geometría* (No. 513 L231c Ej. 1). PROGRESO.

Lehmann, C. H. (1989). *Geometría analítica*. Editorial Limusa.

Llobet, J. M. D. I., & Piquet, J. D. (2005). Historia y enseñanza de la matemática. Aproximaciones de las raíces cuadradas. *Educación matemática*, 17(1), 87-106.

Swokowski, E. W., & Cole, J. A. (2009). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. Cengage Learning Editores.

Bibliografía complementaria

Kindle, J. H. (2007). *Geometría analítica*. EUNED.

Kletenik, D. (1968). *Problemas de geometría analítica*. Moscú: MIR

Rey Pastor, J., Santaló, L. A., & Balanzat, M. (1959). *Geometría analítica*.

Videos

Cristhian Andres (22 oct 2020). Construcción geométrica de la parábola por definición en geogebra. [Archivo de video]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=pHvBdCvZ5mE>

Valerio Domenech(12 dic 2018). 14-DIBUJO TÉCNICO: ELIPSE POR ENVOLVENTES (8) [Archivo de video]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=Yztreh1lcRI>

Valerio Domenech(19 dic 2018). 14-LA PARÁBOLA CONSTRUCCIÓN (1) [Archivo de video]. Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=wk-nlqP-el4>

Recursos de apoyo

Juego de geometría

Calculadora

Sitios web

geogebra.org

<https://www.geogebra.org/m/bAnXeC4b#chapter/201209>

GeometriaAnalitica.info

<https://www.geometriaanalitica.info/>

desmos.com

khanacademy.org

Evidencia integradora del curso

Se sugiere el trabajo colegiado con el personal docente que imparte otros cursos del mismo semestre, para definir su vinculación o aportación al proyecto integrador.

Evidencia integradora del curso	Criterios de evaluación de la evidencia integradora
<p>Diseño de algunos elementos que favorezcan el diagnóstico y la recuperación de saberes necesarios para una intervención didáctica.</p>	<p>Saber conocer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Caracteriza, define, representa y valida objetos geométricos, sus ecuaciones en sus diversas formas y sus elementos, así como sus relaciones geométricas como la tangencia y su intersección. • Resuelve problemas de lugares geométricos mediante la metodología analítica. • Modela problemas de lugares geométricos del entorno que requieren de la herramienta analítica. <p>Saber hacer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Utiliza la herramienta de la geometría analítica en problemas de la cotidianeidad, las matemáticas y ciencias. • Elabora informes que demuestren conocimiento de la geometría y del contexto de su aplicación. • Utiliza soportes tecnológicos para representar, conjeturar y resolver problemas de la geometría analítica. <p>Saber ser y estar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica sus propios progresos a partir de un diagnóstico de sus conocimientos de geometría, álgebra

	<p>y geometría analítica en contextos reales.</p> <ul style="list-style-type: none">• Escucha las opiniones de sus compañeros y las incorpora en los aprendizajes de la geometría analítica, con miras a desarrollar interdisciplinariedad con otros cursos del semestre.• Observa detalladamente la implementación de estrategias didácticas en el aula• Analiza de manera crítica las propuestas y productos elaborados.• Se mantiene abierto a la utilización de diversas herramientas tecnológicas. <p>Vinculación con la comunidad</p> <p>Recupera lugares geométricos y situaciones cotidianas donde cobra sentido el uso de la geometría analítica en la medición de distancias lineales, de áreas, angulares, entre otras.</p>
--	--

Perfil académico

Matemáticas.

Educación con la Especialidad en Matemáticas.

Física.

Otras afines.

Nivel académico

Obligatorio: Nivel de licenciatura, preferentemente maestría o doctorado en el área de conocimiento de Matemáticas, Física, o Ciencia exactas.

Deseable: Experiencia de investigación en el área.

Experiencia docente para:

- Conducir grupos diversificados.
- Planear y evaluar para la diversidad.
- Utilizar las TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Retroalimentar oportunamente el aprendizaje de estudiantes.

Referencias de este programa

- Colegio Nacional de Matemáticas (2008). *Matemáticas Simplificadas*. México: Pearson.
- De la Fuente, Á. C., Quesada, M. C., & Armenteros, M. G. (2002). Sobre la geometría sintética y analítica. La elipse y sus construcciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, 5(2), 111-132.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitive de la pensée. En *Annales de didactique et des sciences cognitives*, núm. 5. IREM de Strasbourg.
- Gascón Pérez, J. (2002). Geometría sintética en la ESO y analítica en el Bachillerato: ¿dos mundos completamente separados? *Suma*.
- González, P. M. (2003). *Los orígenes de la geometría analítica*. Tenerife: Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.
- Kindle, J. H. (2007). *Geometría analítica*. EUNED.
- Kletenik, D. (1968). *Problemas de geometría analítica*. Moscú: MIR
- Landaverde, J. (1967). *Curso de geometría* (No. 513 L231c Ej. 1). PROGRESO.
- Lehmann, C. H. (1989). *Geometría analítica*. Editorial Limusa.
- Llobet, J. M. D. I., & Piquet, J. D. (2005). Historia y enseñanza de la matemática. Aproximaciones de las raíces cuadradas. *Educación matemática*, 17(1), 87-106
- Rey Pastor, J., Santaló, L. A., & Balanzat, M. (1959). *Geometría analítica*.
- Santana, M. E. (2010). Geometría analítica plana con GeoGebra. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 75, 131-142
- Swokowski, E. W., & Cole, J. A. (2009). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. Cengage Learning Editores.
- Toranzos, F. I. (1963). *Enseñanza de la Matemática*.
- Valencia, A. (1990). ¿Aprovechamos nuestros cursos de geometría analítica? *Educación Matemática*, 2(02), 14-21.