



Licenciatura en Educación Primaria

Plan de Estudios 2022

Estrategia Nacional de Mejora
de las Escuelas Normales

Programa del curso

Álgebra. Su aprendizaje y su enseñanza

Segundo semestre

Primera edición: 2022

Esta edición estuvo a cargo de la Dirección General
de Educación Superior para el Magisterio
Av. Universidad 1200. Quinto piso, Col. Xoco,
C.P. 03330, Ciudad de México

D.R. Secretaría de Educación Pública, 2022

Argentina 28, Col. Centro, C. P. 06020, Ciudad de México

Trayecto formativo: **Formación pedagógica, didáctica e interdisciplinar**

Carácter del curso: **Currículo Nacional** Horas: **4** Créditos: **4.5**

Índice

Propósito y descripción general del curso.....	5
Cursos con los que se relaciona.....	10
Dominios y desempeños del perfil de egreso a los que contribuye el curso.....	11
Estructura del curso.....	13
Orientaciones para el aprendizaje y enseñanza.....	14
Unidad de aprendizaje I. Pensamiento estructural.....	19
Unidad de aprendizaje II. Pensamiento funcional.....	31
Unidad de aprendizaje III. Pensamiento variacional.....	41
Evidencia integradora del curso	49
Perfil académico sugerido	52
Anexos.....	53

Propósito y descripción general del curso

El pensamiento matemático hace referencia a todas las prácticas que se realizan en una cultura relacionada con las matemáticas, como las actividades de contar, medir, representar, inferir y modelar; que realiza una comunidad y por tanto hacen parte de las representaciones culturales de la misma. Estas prácticas son entonces prácticas sociales, por lo tanto, el pensamiento matemático no se refiere exclusivamente a “las matemáticas como saber disciplinario” sino que incluye las prácticas sociales con matemáticas (Chevallard, 1997). Vista desde este constructo se destaca la importancia de que los futuros docentes desarrollen conocimientos y destrezas para analizar y proponer prácticas matemáticas idóneas, favoreciendo en las y los estudiantes de primaria un pensamiento matemático.

En este curso, el estudiante normalista estudia el álgebra temprana como un medio para favorecer el pensamiento algebraico desde los primeros grados de la educación primaria, al reconocer este pensamiento como una forma de pensar y operar con objetos, relaciones y estructuras matemáticas que lleve a una comprensión y significado de las matemáticas. De tal forma que, se propone que se desarrolle el álgebra temprana a través de situaciones problemas contextuales, en las que pueden intervenir la intuición, supuestos acompañados de un razonamiento y argumentaciones, que los lleve a comprender las estructuras matemáticas y propiedades, la identificación de patrones, la representación de relaciones, que favorezca en los alumnos un mayor nivel de análisis para realizar generalizaciones.

El objetivo de introducir el álgebra temprana es con el fin de promover un aprendizaje en el que se reconozca de manera consciente las estructuras que subyacen en las operaciones, trabajar con secuencias numéricas y geométricas para el reconocimiento de patrones y de relaciones funcionales. Butto y Rojano (2010) consideran que una característica esencial consiste en trabajar los contenidos del programa escolar desde la comprensión de las relaciones funcionales, la generalización de patrones y de relaciones numéricas. Para Kaput (2000) el pensamiento algebraico involucra actos de generalización deliberada y expresiones de generalidad, y además un razonamiento basado en las formas de generalización sintácticamente-estructuradas, el estudio de funciones, relaciones y la covariación entre dos magnitudes, incluyendo acciones sintácticas y semánticamente guiadas. Según Godino, Castro, Aké y Wilhelmi (2012, pág. 489) una característica de este pensamiento considerada por varios investigadores es la forma de abordar los procesos de generalización matemática, en donde los casos particulares de situaciones, conceptos,

procedimientos (objetos determinados) pasan a ser considerados como tipos de objetos indeterminados.

Hablar de un razonamiento algebraico es aludir a elementos como: la identificación de patrones, pasar de lo particular a lo general, la generalización de regularidades, trabajar con cantidades indeterminadas, el reconocimiento de las propiedades de las operaciones, considerando como base las relaciones y estructuras de dichos elementos. Vergel, (2015, pág. 10) de acuerdo con Radford, expresa que el pensamiento aritmético se distingue del algebraico en que esta trata “cantidades indeterminadas de una manera analítica”. Molina (2006) destaca lo que Mason (2005) y Hewitt (1998) afirman, que en el corazón del álgebra está la generalidad, a través de la cual el estudiante aprende a reconocer las relaciones y estructuras matemáticas favoreciendo la comprensión y significado de las matemáticas.

Considerar el álgebra desde estas posturas lleva a una concepción más amplia que no se limita al trabajo con el simbolismo algebraico. Se proponen rutas de acceso para la promoción de un álgebra en los primeros grados y que forman parte del mismo programa de la educación primaria, tales como: un pensamiento relacional (Carpenter, Levi, Franke, & Zeringue, 2005), a través del razonamiento proporcional numérico y geométrico, aspectos de la variación proporcional y los procesos de generalización, ya que brinda un vínculo entre la aritmética y el álgebra (Butto y Rojano, 2004), promocionando un pensamiento funcional y el análisis de los patrones a partir de la identificación de estos en diferentes contextos para el aprendizaje.

En este curso se profundiza en el pensamiento estructural, funcional y variacional, reconociendo la generalización como una vía para el desarrollo del pensamiento algebraico. Autores como Kaput (2000), Kieran (2004) y Carragher, Schliemann, Godino (citados por Branco y Da Ponte, 2011), identifican estos pensamientos como centrales para introducir el álgebra en la escuela primaria.

Se inicia con el pensamiento estructural en el que se destaca la identificación de estructuras matemáticas como las propiedades de las operaciones aritméticas, enseguida se aborda el pensamiento funcional en el que se profundiza el estudio del concepto de función, sus representaciones algebraicas y tabular, la resolución de problemas a partir de establecer relaciones funcionales y de aplicar representaciones algebraicas, reconociendo las funciones como un medio óptimo para la introducción del álgebra. Finalmente se estudia el pensamiento variacional como una continuidad de la segunda unidad, en el que se analiza el comportamiento de una función mediante tablas de valores y gráficas cartesianas para generalizar reglas que operan en dicho pensamiento.

En el desarrollo de cada una de las unidades se proponen tareas de reflexión analítica y momentos de discusión, así como reportes de investigación sobre la enseñanza y aprendizaje del álgebra temprana, considerando la enseñanza “como una práctica que debe ser comprendida” (Llinares, 2007, pág. 3) y con ello los procesos didácticos, con el fin de que los futuros docentes adquieran un conocimiento matemático y didáctico que los habilite para que propicien un aprendizaje que promueva en los alumnos de primaria el progresivo desarrollo del pensamiento algebraico.

Propósito general

Desarrollar el pensamiento algebraico y su didáctica a través de la intervención de procesos de generalización y simbolización al abordar objetos algebraicos inmersos en el pensamiento estructural, funcional y variacional al identificar patrones, reconocer reglas y generalizar desde el álgebra temprana (Early algebra) con la finalidad de desarrollar distintos componentes del conocimiento didáctico matemático que les permita realizar prácticas idóneas en las que se favorezca un pensamiento algebraico en las y los alumnos de primaria.

Antecedentes

La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria, demanda a los estudiantes normalistas un trabajo intenso de análisis y reflexión, no solo de su práctica sino, de las tendencias actuales de la investigación que tienen que ver con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, que les posibilite para un desempeño que responda y sea congruente con las necesidades de los diversos contextos donde llevarán a cabo su práctica profesional.

El curso de álgebra ha estado presente de manera explícita desde el plan curricular de 2012, Álgebra: su aprendizaje y enseñanza; en el de 2018, Álgebra; y en el reciente 2022, Álgebra. Su aprendizaje y enseñanza. En cada una de estas propuestas, el énfasis ha estado puesto en diversos aspectos, en el conocimiento del contenido algebraico, en la didáctica y propuestas que tratan de encontrar un equilibrio entre el dominio de estos conocimientos por parte de los normalistas.

El trabajo en las aulas de matemáticas de educación primaria no ha tenido en las últimas décadas una evolución o transformación importante, podemos ver los mismos ejercicios y tipos de práctica que se reproducen, los cuadernos o libretas de las niñas y niños con planas de operaciones y tareas centradas en lo procedimental que en ocasiones los lleva a un cálculo que carece de significado

para los alumnos. En este sentido no se pretende que sea un “curso de álgebra formal”, sino un curso que lleve al estudiante normalista a desarrollar el pensamiento algebraico. De acuerdo con Godino y Font (2003) “El razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico” (pág. 774).

Existe una tendencia a nivel internacional, denominada “algebra for all” (álgebra para todos) (Kaput, 2000), que se enfoca en transformar al álgebra de un motor de inequidad a una herramienta para empoderar a los usuarios de las matemáticas. Esta tendencia se enfoca en que los estudiantes tengan una mejor comprensión de las matemáticas, a partir de desarrollar el pensamiento algebraico desde los primeros años de escolarización. “Un supuesto universalmente aceptado es que el álgebra está relacionada con una mejor comprensión de la aritmética, con la geometría, el análisis y otros temas matemáticos, parece que no hay duda que una buena experiencia temprana con el álgebra podría servir para mejorar la formación matemática de los niños” (Castro, Godino y Rivas, 2011 pág. 93)

Descripción

Álgebra su aprendizaje y enseñanza es una asignatura que se lleva a cabo para el segundo semestre de la Licenciatura en Educación Primaria, el enfoque de este curso no es que se trabaje un álgebra como el de la escuela secundaria o preparatoria, sino la búsqueda y comprensión de los elementos propios del pensamiento algebraico que deben ser desarrollados durante la educación primaria, a partir del enfoque del álgebra temprana.

En el desarrollo del curso se espera que el estudiante normalista estudié tres tipos de pensamiento que se relacionan con el algebraico, los cuales son: estructural, funcional y variacional. Dada la importancia de estos tres para la comprensión del pensamiento algebraico se propone trabajar cada uno, por separado, en las tres unidades de esta asignatura.

Cada unidad de aprendizaje tiene como objetivo desarrollar actividades prácticas y teóricas encaminadas a la comprensión particular de un tipo de pensamiento en específico. Al término de la unidad se espera que el estudiante normalista realice una actividad final, donde evidencie el dominio de ideas desarrolladas durante la unidad. Estas actividades coadyuvan en la comprensión del pensamiento algebraico y en la elaboración de una actividad integradora al finalizar el semestre.

Dentro de la malla curricular de la licenciatura, esta asignatura se ubica como parte del trayecto: Formación Pedagógica, Didáctica e Interdisciplinar, tiene una carga horaria de 4 horas por semana, equivalente a 72 horas por semestre que se consolidan en 4.5 créditos. Es la segunda de las tres asignaturas relacionadas con las matemáticas que se trabajan durante la licenciatura, el primer semestre es Aritmética su aprendizaje y enseñanza y en tercer semestre Geometría su aprendizaje y enseñanza. Se espera que el normalista consolide su conocimiento didáctico de las matemáticas con estos tres cursos.

Cursos con los que se relaciona

Este curso retoma contenidos aritméticos abordados desde una perspectiva algebraica, ya que no se trata de estudiar el álgebra formal sino de estudiar el carácter algebraico de la aritmética. En este sentido, guarda una relación estrecha y significativa con Aritmética. Su aprendizaje y enseñanza, del primer semestre y Geometría. Su aprendizaje y enseñanza, del tercer semestre.

Así mismo se relaciona, de manera horizontal, con el trayecto formativo Formación pedagógica, didáctica e interdisciplinar dada la tendencia para la formación en educación primaria para el trabajo por proyectos.

Álgebra su aprendizaje y enseñanza, se vincula de manera vertical con los demás trayectos formativos, poniendo énfasis con los cursos Planeación para la enseñanza y evaluación de los aprendizajes; Entornos virtuales de aprendizaje para la educación híbrida: Su pedagogía y didáctica; y Observación y Análisis de Prácticas y Contextos Escolares como eje dinamizador.

Responsables del codiseño del curso

Este curso fue elaborado por las y los docentes normalistas

Yolanda Chávez Ruiz, de la Escuela Normal de Rincón de Romos, Aguascalientes; Sofía Karina Vázquez Gómez y Silvia Eduviges Hinojosa Rizo. Benemérita y Centenaria Escuela Normal de Jalisco; Homero Enríquez Ramírez de la Escuela Normal Experimental "Huajuapán". Huajuapán de León, Oaxaca; Verónica Martínez Pineda de la Escuela Normal Regional de Tierra Caliente. Arcelia, Guerrero; Guillermo Jacobo Rochín Morales de la Escuela Normal Rural "Gral. Plutarco Elías Calles", Sonora; Mario Godínez Gómez de la Escuela Normal "Valle del Mezquital". Progreso de O. Hidalgo; Iván Salvador Cano Acosta de la Escuela Normal Experimental de San Antonio Matute, Jalisco y los especialistas en diseño curricular Julio Leyva Ruíz y María del Pilar González Islas de la Dirección General de Educación Superior para el Magisterio.

Dominios y desempeños del perfil de egreso a los que contribuye el curso

Perfil general

El curso de álgebra contribuye con los siguientes dominios y desempeños del perfil de egreso general:

- Conoce el Sistema Educativo Nacional y domina los enfoques y contenidos locales, regionales, nacionales y globales significativos.
- Tiene pensamiento reflexivo, crítico, creativo, sistémico y actúa con valores y principios que hacen al bien común promoviendo en sus relaciones la equidad de género, relaciones interculturales de diálogo y simetría, una vida saludable, la conciencia de cuidado activo de la naturaleza y el medio ambiente, el respeto a los derechos humanos, y la erradicación de toda forma de violencia como parte de la identidad docente.
- Ejerce el cuidado de sí, de su salud física y psicológica, el cuidado del otro y de la vida desde la responsabilidad, el respeto y la construcción de lo común, actuando desde la cooperación, la solidaridad, y la inclusión.
- Reconoce las culturas digitales y usa sus herramientas y tecnologías para vincularse al mundo y definir trayectorias personales de aprendizaje, compartiendo lo que sabe e impulsa a las y los estudiantes a definir sus propias trayectorias y acompaña su desarrollo como personas.

Perfil profesional

Por otro lado, los dominios y desempeños del perfil de egreso profesional a los cuales contribuye este curso son los siguientes:

Se conduce de manera ética, desde un enfoque de derechos humanos y derechos de la infancia, ante la diversidad de situaciones que se presentan en su desarrollo personal y en la práctica profesional.

- Garantiza, a través de su práctica docente, el derecho a la educación de las niñas, los niños; en particular, asume y fomenta el carácter humanista, nacional, democrático, gratuito y laico de la educación pública.

Analiza críticamente el Plan y programas de estudio vigentes para comprender sus fundamentos, la forma en que se articulan y mantienen tanto congruencia interna como con otros grados y niveles de la educación básica.

- Comprende cómo los principios normativos y organizativos de la Educación Básica se reflejan en el Plan y programas de estudio vigentes.
- Se actualiza en torno a las teorías del desarrollo infantil y las teorías pedagógicas para comprender los fundamentos, enfoques, metodologías y aquellas concepciones que subyacen en el Plan y programas del modelo educativo vigente.
- Identifica los principios, conceptos disciplinarios, contenidos, enfoques pedagógicos y didácticos del nivel primaria para comprender su articulación con los distintos campos, áreas, ámbitos y niveles o grados, de la educación básica, con el propósito de atender a las barreras para el aprendizaje que enfrentan los niños y niñas.
- Identifica las oportunidades que ofrecen los planes y programas de estudio para optimizar el uso de los recursos educativos como son los libros de texto, las bibliotecas, los espacios escolares y los medios de comunicación.

Diseña y desarrolla planeaciones didácticas situadas desde una interculturalidad crítica, considerando el Plan y los programas de estudio vigentes para la educación primaria.

- Planea su trabajo docente para distintos escenarios de aprendizaje (presencial, virtual e híbrido) desde un enfoque intercultural e inclusivo, dirigido a grupos de escuelas de organización completa o multigrado, en contextos urbanos, semiurbanos, rurales.

Desarrolla una cultura digital para generar procesos de aprendizaje significativo, colaborativo e incluyente en diferentes escenarios y contextos.

- Utiliza de manera crítica los recursos y herramientas de las culturas digitales en sus procesos de actualización, investigación y participación de redes de colaboración.

Estructura del curso

Álgebra. Su aprendizaje y enseñanza		
Unidad de Aprendizaje I. El pensamiento estructural	Unidad de Aprendizaje II. El pensamiento funcional	Unidad de Aprendizaje III. El pensamiento variacional
<ul style="list-style-type: none"> • Creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. • Desarrollo de habilidades matemáticas encaminadas al pensamiento algebraico. • El sentido estructural del pensamiento algebraico. • Estrategias didácticas para desarrollar pensamiento estructural. 	<ul style="list-style-type: none"> • Álgebra temprana • Patrones geométricos • Tipos de patrones • Niveles de pensamiento algebraico y tipos de generalización • Didáctica del pensamiento funcional • Evaluación del pensamiento funcional 	<ul style="list-style-type: none"> • Los problemas matemáticos de proporcionalidad como situaciones de variación y cambio • La generalización en la resolución de problemas de proporcionalidad • La modelización matemática como herramienta didáctica del desarrollo del pensamiento variacional

Orientaciones para el aprendizaje y enseñanza

Como orientaciones para las actividades de aprendizaje y enseñanza del curso, se sugiere mantener comunicación con responsables de otros cursos del semestre en colegiado, para la construcción de las evidencias que pudieran ser comunes, considerando ante todo los propósitos establecidos en las unidades y los criterios de evaluación. Este trabajo colegiado puede ser también el dispositivo que motive el desarrollo de algún proyecto integrador del semestre, donde las y los estudiantes sean protagonistas y determinen junto con el colegiado, aquellos aprendizajes del semestre susceptibles de integrarse de forma crítica hacia la atención de alguna necesidad o problemática de índole educativa dentro de la comunidad escolar o comunitaria de tal manera que el estudiantado desarrolle nuevos saberes y capacidades en contextos reales.

En la unidad I se inicia el trabajo del curso con un cuestionario diagnóstico que tiene como finalidad explorar las ideas de los estudiantes con respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, además del dominio de conocimiento algebraico. También se plantean en plenaria, cuestionamientos sobre su experiencia con las matemáticas a lo largo de su trayecto formativo. Como actividades introductorias se proponen actividades lúdicas para identificar elementos del pensamiento algebraico donde identificarán patrones, encontrarán regularidades y establecerán generalizaciones. En esta unidad se incluyen la observación y el análisis de vídeos de clase donde los estudiantes normalistas identificarán los elementos de una clase de matemáticas y las estrategias que se llevan a cabo para promover el pensamiento estructural. El análisis de los videos está acompañado por la lectura de textos teóricos que ayudarán al estudiante a comprender la importancia del pensamiento estructural. También se plantean diversos problemas enfocados en este tipo de pensamiento. Para finalizar la unidad se incluye la observación y análisis de una clase de matemáticas, a partir de una guía de observación. Esta actividad contribuye con el proyecto integrador de fin de semestre.

Para la unidad II se plantea el estudio del pensamiento funcional a través del trabajo con situaciones de cambio para encontrar y generalizar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos y geométricos. Se propone un trabajo que integre lo teórico y lo práctico, en donde el estudiante normalista realice ejercicios de resolución de patrones con el que desarrolle conocimiento matemático, así como la lectura de artículos relacionados al pensamiento funcional que le habilite para proponer tareas con fundamento (matemático y didáctico) que promuevan un pensamiento funcional. Como evidencia de aprendizaje de esta unidad, se sugiere el reporte de los resultados de una investigación de la aplicación de una tarea que requiere del pensamiento

funcional, diseñado por los estudiantes normalistas y aplicado a niños de primaria con la finalidad de reconocer el pensamiento algebraico.

Para la unidad III se propone que el punto de partida de la clase, para el estudio del pensamiento variacional en situaciones de proporcionalidad directa, sea la resolución de problemas matemáticos para luego enriquecer estas experiencias con la revisión de la literatura sobre el tema. De esta manera, se busca que los estudiantes: por un lado, identifiquen las variables y constantes en relaciones de proporcionalidad, lleguen a generalizaciones y a su modelación matemática; por otro lado, se apropien de herramientas didácticas para abordar la enseñanza de la proporcionalidad en la educación primaria desde una mirada del pensamiento variacional y con ello al algebraico.

Sugerencias de evaluación

Quizá uno de los errores más frecuentes en el proceso educativo, ha sido ver la evaluación como una actividad que persigue asignar calificaciones a los estudiantes, para al final decidir o no su promoción al siguiente nivel de estudios. Ésta es una visión limitada de lo que significa evaluar, pero que indudablemente ha repercutido en el accionar de todos los actores involucrados en el proceso, fundamentalmente maestros y estudiantes.

Por otra parte, en más de una ocasión ha sucedido que cuando se pregunta al docente sobre los logros alcanzados por sus estudiantes o las carencias y dificultades que presentan, la o el docente en ocasiones recurre a su memoria, para indicar hechos o situaciones que han sucedido en el aula, sin evidencias documentadas de los resultados de aprendizaje de los alumnos y confunde el informe de evaluación con el registro de calificaciones.

También es usual atribuir la exclusiva responsabilidad a los estudiantes por la falta de consecución de los objetivos educativos, si bien es cierto actualmente existen muchos factores que desvían la concentración del estudiantado, no es menos cierto que pocas veces el profesorado reflexiona sobre su propia práctica educativa en el ánimo de tomar decisiones que permitan mejorar el proceso.

La evaluación en matemáticas es un acto colectivo e individual y debe tener en cuenta los acuerdos y criterios que se elaboren en el proyecto curricular. Esta evaluación se da en función, de los saberes matemáticos, que las y los estudiantes normalistas deben alcanzar.

Para acreditar este curso, el estudiante normalista tendrá que mostrar el dominio del uso de distintas formas de representación matemática para resolver

problemas y desarrollar estrategias que incluyan el empleo de recursos tecnológicos.

Para lo anterior, se recomienda realizarán tres tipos de evaluación:

Evaluación diagnóstica, al inicio del curso, para identificar los contenidos procedimentales y declarativos de los estudiantes.

Evaluación formativa para retroalimentar los desempeños durante y al término de las actividades de cada unidad de aprendizaje. Aquí los productos esperados se convierten en una herramienta fundamental para la posible construcción del **Proyecto Integrador** que se vinculará con los demás cursos del segundo semestre. Se favorecerán prácticas de autoevaluación y coevaluación a lo largo del semestre. Todos estos indicadores permitirán tomar decisiones de ajuste o mejora del proceso de aprendizaje.

En la evaluación para cada producto esperado, los profesores se podrán apoyar de los instrumentos que consideren pertinentes y oportunos, como rúbricas, guías de observación, listas de cotejo. Se sugiere que estos instrumentos se diseñen de forma consensuada entre docentes y estudiantes, de tal manera que permitan llevar a cabo procesos de autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación, así como una valoración cuantitativa y cualitativa de los productos parciales y finales construidos en cada unidad de aprendizaje.

Evidencias de aprendizaje

A continuación, se presenta el cuadro con el producto final de cada unidad de aprendizaje. La ponderación de cada unidad incluye las evidencias propuestas que se presentan en las actividades y el producto final de la unidad.

Unidad de aprendizaje	Evidencias	Descripción	Instrumento	Ponderación
Unidad 1	Guía de observación de la práctica a partir del análisis del vídeo de una clase de matemáticas "La	Una guía que permita la reflexión sobre los elementos que deben estar presentes en la clase de matemáticas y pueda favorecer el pensamiento algebraico.	Lista de cotejo.	

	evaluación formativa”			
Unidad 2	Registro de la exploración didáctica	Reporte con los resultados del diseño y aplicación de un instrumento de exploración en donde el estudiante proponga un patrón y una serie de preguntas que permitan evaluar el nivel de pensamiento algebraico de niñas y niños de primaria de un grado específico. Para el sustento teórico se sugieren las lecturas propuestas en el curso.	Rúbrica de evaluación del reporte de investigación	50%
Unidad 3	Secuencia didáctica	Refleja, como se interrelacionan la meta de aprendizaje, las actividades y las situaciones que evalúan el desarrollo de aprendizajes. Diseñar una secuencia didáctica que involucre actividades para el desarrollo del pensamiento variacional.	Lista de cotejo, escala estimativa, rúbrica	
Evidencia integradora	Planeación	Diseñar una situación didáctica enfocada en favorecer el pensamiento algebraico de los alumnos, (puede abarcar varias sesiones de matemáticas) cuya meta	Rúbrica de evaluación	50%

		<p>de aprendizaje debe estar centrada en favorecer el pensamiento algebraico.</p> <p>Nota: el estudiante debe determinar qué tipo de pensamiento quiere favorecer</p> <p>Se sugiere que este proyecto se relacione con el trabajo de otras asignaturas.</p>		
--	--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--

En caso de que se defina un proyecto integrador, su evaluación es parte proporcional del 50% de la evaluación de la evidencia integradora. Esta ponderación la definen la o el docente responsable del curso en colegiado.

Unidad de aprendizaje I. Pensamiento estructural

Presentación

Esta unidad de aprendizaje contribuye a promover el pensamiento algebraico no como una asignatura, sino como una manera de desarrollar pensamiento para identificar algunos patrones, descubrir algunas reglas y llegar a la generalización, como elementos que permiten una mejor comprensión de las matemáticas, a partir de tareas relacionadas con la aritmética, la medida, la geometría, la estadística, partiendo de la relación que existe entre los elementos de las operaciones básicas para llevarlos a un proceso de cómo entender las estructuras matemáticas a partir de las relaciones que se dan a través de la descomposición de los elementos.

Desarrollar pensamiento algebraico es ofrecer una relación más cercana y amigable entre la matemática y los usuarios de ésta. El término "sentido estructural" se refiere a una colección de habilidades relacionadas con transformar expresiones algebraicas, que permite a un alumno hacer un mejor uso de las técnicas algebraicas aprendidas (Linchevski & Livneh, 1999).

La introducción del término sentido estructural fue dada en 1999 por Linchevski y Livneh (1999) quienes hacen alusión al conocimiento estructural de las expresiones matemáticas presentes en algunos ejercicios y problemas; y específicamente a la capacidad de elegir entre las formas pertinentes de realizar una tarea. Así, desde este enfoque de aproximación temprana a los procedimientos algebraicos y partiendo desde el reconocimiento y percepción de estas estructuras inmersas en los contenidos de educación primaria, se buscará identificar y diseñar las estrategias didácticas pertinentes para desarrollar el pensamiento algebraico en los niños y niñas, desde la enseñanza de las matemáticas.

Hoch y Dreyfus (2005) puntualizan que las formas más eficientes de abordar una tarea implican un manejo conceptual más profundo y significativo, lo que se ve reflejado en procedimientos más cortos y menos propensos al error. El sentido estructural es una forma de enfatizar la posesión del conocimiento, que se puede manifestar con el reconocimiento de expresiones equivalentes sin necesidad de operar.

Propósito de la unidad de aprendizaje

Que el estudiante normalista identifique estructuras y establezca relaciones entre los elementos de las operaciones, a partir de las diversas propiedades de los números y las operaciones; las reconozca en los contenidos de aprendizaje de educación primaria y reflexione acerca de las prácticas pedagógicas que permiten consolidar el pensamiento algebraico, con la finalidad de desarrollar su práctica educativa de forma acertada.

Contenidos

- Creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
- Desarrollo de habilidades matemáticas encaminadas al pensamiento algebraico.
- El sentido estructural del pensamiento algebraico.
- Estrategias didácticas para desarrollar pensamiento estructural.

El pensamiento estructural

Enseñar matemáticas en la escuela primaria va más allá de que las y los estudiantes aprendan a resolver operaciones aritméticas, ya que las matemáticas son una herramienta cultural que permitirá el desarrollo del pensamiento en general y contribuyen a un mejor aprendizaje. Esta perspectiva intenta quitar el foco de atención de lo procedimental y enfocarse en aspectos estructurales de los objetos matemáticos.

Incluir un curso de Álgebra en el currículo de Licenciatura en Educación Primaria implica una comprensión amplia del pensamiento algebraico, ya que al desarrollar este pensamiento se involucran habilidades de pensamiento como reflexión, análisis, síntesis, inferencia, anticipar; entre otras, para llegar a involucrarse con tres grandes tareas, que permitirán en un futuro dotar a los estudiantes de una relación más significativa con el álgebra formal. Estas tareas son:

- Identificar patrones.
- Descubrir regularidades
- Generalizar

Actividades de aprendizaje

A continuación, se sugieren las siguientes actividades de aprendizaje que atienden al enfoque y propósitos del curso.

Creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Actividades	Evidencia de aprendizaje
<p>Responder a un formulario diagnóstico sobre lo que significa para el estudiante formalista enseñar y aprender álgebra en la escuela primaria. En los anexos se presenta una propuesta sobre algunas preguntas y tareas matemáticas.</p> <p>Hacer en plenaria un ejercicio reflexivo con base en preguntas como las siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Para qué es importante aprender matemáticas? • ¿Qué conocimientos debe tener un buen profesor para enseñar matemáticas? • ¿Los conocimientos matemáticos que has adquirido en los diferentes niveles educativos, qué significado han tenido en tu vida? • ¿Qué significa para ti el pensamiento algebraico? • ¿Para qué crees que sea importante desarrollar pensamiento algebraico en nuestros alumnos? 	<p>Diagnóstico.</p> <p>Plenaria.</p>

Desarrollo de habilidades matemáticas enfocadas en el pensamiento algebraico.

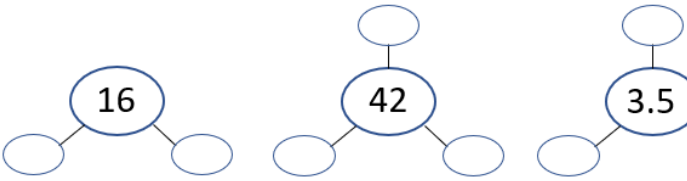
Actividades	Evidencia de aprendizaje
<p>Organice al grupo en parejas, para jugar “Carrera a 20”. Se trata de hacer un torneo a partir de quienes</p>	<p>Proponer una regla general, para cada una de</p>

<p>resulten ganadores. Cada uno de los ganadores se enfrentará a otra pareja. Anotar el diagrama de árbol, resultante del torneo.</p> <p>https://www.youtube.com/watch?v=BEfAP_na240&ab_channel=AprendemosdeTODO</p> <p>Una vez que se tiene un ganador preguntar:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál es la estrategia para ganar el juego? • ¿Identifican algún patrón? • ¿Cuál es la regularidad? • Escribir un enunciado que ayude a generalizar estas ideas. (construir una regla general en plenaria) <p>De manera individual resuelva el Cuadro Mágico “tradicional” de nueve cuadros donde coloque los números del 1 al 9, de tal manera que al sumar tres casillas en cualquier dirección el resultado sea 15. Luego proponga otros “Cuadros Mágicos” también de nueve casillas (por ejemplo iniciando a partir del 34, es decir utilizar los números 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41 y 42) y la suma de tres casillas en cualquier dirección debe ser igual a 114.</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál es la estrategia para resolver el juego? • ¿Identifican algún patrón? • ¿Cuál es la regularidad? • ¿Pueden escribir un enunciado que ayude a generalizar estas ideas? (construir regla general en plenaria) <p>Analizar el vídeo “Estudio de clase” (https://www.youtube.com/watch?v=e7uPuSaPQSU&t=67s&ab_channel=DGESPETV), a partir de los siguientes cuestionamientos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál crees que sea la meta de aprendizaje del profesor en la clase, qué espera lograr? 	<p>las actividades.</p> <p>Redactar un texto sobre el significado del Álgebra temprana, con base las reflexiones del análisis del vídeo y la lectura del texto. Se sugiere que incluya lo siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Título del texto - Reflexiones sobre los dos videos. - Opiniones personales fundamentadas con argumentos teóricos de la lectura.
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué aprendizaje esperado infieres que está llevando a cabo? • ¿Cuál es la consigna que el profesor dio a los alumnos para que estos realizaran la tarea matemática? • ¿Qué habilidades intelectuales desarrollan los alumnos durante la clase? • ¿Qué contenidos matemáticos se están abordando en la clase? <p>Realizar la lectura del texto La generalidad una vía para acceder al pensamiento algebraico: un estudio sobre la transición del pensamiento aditivo al pensamiento multiplicativo. Butto y Rivera (2011)</p>	
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

El sentido estructural del pensamiento algebraico.

Actividades	Evidencia de aprendizaje
<p>Analizar el video “Restas Clase del Profr. Antonio de Canarias” y reflexionar acerca de las acciones que realizan los niños para resolver la operación que se muestra.</p> <p>https://www.youtube.com/watch?v=mgHWJSyLM10</p> <p>Algunas de las interrogantes que se plantean para este análisis pueden ser:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué hacen los niños? • ¿Cómo realizan las operaciones aritméticas planteadas? • ¿Qué diferencias observas entre sus procedimientos y los que se emplean al seguir el algoritmo convencional como tú lo resuelves? 	<p>Describir las propiedades de las operaciones que están involucradas en los procedimientos que emplean los alumnos de la clase.</p>

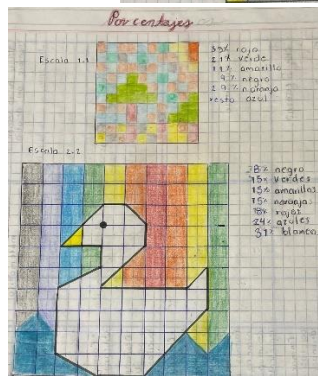
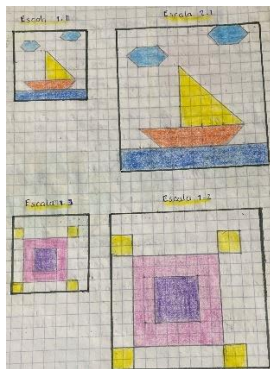
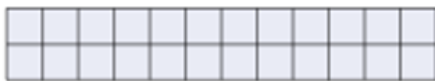
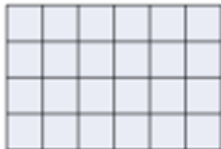
<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuáles propiedades de las operaciones están presentes en la forma de resolver de los alumnos? • ¿Cómo podemos desarrollar ese tipo de habilidades en nuestros alumnos? <p>Analizar el texto de Vega Castro, quien define al sentido estructural en el texto “Acerca de las nociones sentido estructural y pensamiento relacional” y analizar los descriptores del sentido estructural que propone, para identificar las actividades que realizan los niños en las actividades planteadas en educación primaria.</p> <p>Elaborar un cuadro comparativo en el que incluyan los contenidos de enseñanza de matemáticas que favorezcan el sentido estructural en función de los descriptores que se proponen en el texto de Vega-Castro.</p> <p>Resolver los problemas del texto de Godino y Font (2003): Análisis de problemas sobre razonamiento algebraico y leer el apartado B “Conocimientos Matemáticos” A partir de la tabla de las propiedades de las operaciones proponer diversas representaciones para cada una de las propiedades, como el siguiente ejemplo:</p> 	<p>Elaborar una infografía sobre el pensamiento estructural.</p> <p>Copiar la tabla de las Propiedades de las operaciones y proponer ejemplos para cada una de ellas</p> <p>Seleccionar otros ejemplos de los textos “Matemáticas para la Educación Normal” (Isoda y Cedillo, 2012) una de ellas en el texto sugerido. (Isoda et al., 2012)</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Estrategias didácticas para desarrollar pensamiento estructural.

Actividades	Evidencia de aprendizaje
<p>Organizados por equipos por grados (de primero a sexto) identificar contenidos de los programas actuales de matemáticas los contenidos donde se puede desarrollar pensamiento algebraico diferenciando los que corresponden al pensamiento estructural.</p>	<p>Cuadro de contenidos algebraicos por grados. Se sugiere que en el cuadro se especifique información como la siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Grado - Contenido - Aprendizaje esperado
<p>Diseñar materiales didácticos que apoyen el desarrollo del pensamiento algebraico.</p>	<p>Diversas representaciones a partir de las cuadrículas.</p>

Uso de cuadrículas, como por ejemplo **arreglos rectangulares**:

Consigna encuentra todos los arreglos rectangulares para 24.



Por ejemplo, para trabajar los repartos, elaborar círculos en cartulina y marcar secciones para hacer repartos equitativos y exhaustivos.

Material didáctico concreto (Círculos para repartos). Se sugiere presentar el material didáctico a partir de fichas descriptivas con la siguiente información:

- Nombre del material.
- Contenidos que pueden apoyar.
- Ventajas didácticas.



» Reparto ^{por} igual «

Dividendo	Divisor	Cociente	Residuo
49	2	24	1
49	3	16	1
49	4	12	1
49	5	9	4
49	6	8	1
49	7	7	0
49	8	6	1
49	9	5	4
49	10	4	9
49	12	4	1

1- ¿Por qué es conveniente desarrollar pensamiento algebraico antes de pasar al algoritmo convencional de la división?

Porque todo conlleva un proceso en el nivel de abstracción, los algoritmos lejos de acercar a los niños a resolver problemas básicos y limitados, y poca se desarrolla el pensamiento algebraico.



R. Concreta



R. Gráfica

$$6 \overline{)145}$$

R. Simbólica

Leer el texto "Evaluar para aprender: Hacer más compleja la tarea a los alumnos" (Chávez-Ruiz y Martínez-Rizo, 2018).

Guía de observación de clase.

<p>Observar y analizar el vídeo de una clase de matemáticas a partir de una guía de observación de clase. “Evaluar para aprender”</p> <p>https://www.youtube.com/watch?v=Cj6aMuifp0w&t=556s</p>	
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Evaluación de la unidad.

Evidencia de la unidad	Criterios de evaluación
<p>Guía de observación de la práctica a partir del análisis del vídeo de una clase de matemáticas “La evaluación formativa”</p>	<p>Saber conocer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conoce los elementos del pensamiento estructural para identificarlos en una clase de matemáticas. <p>Saber hacer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica como estrategia, el cuestionamiento para favorecer el desarrollo del pensamiento estructural. • Identifica el tipo de tareas y los procedimientos que favorecen el pensamiento algebraico en cada momento de una clase de matemáticas. • Recupera algunas situaciones de la vida cotidiana en las que se hace presente el pensamiento algebraico. <p>Saber ser y estar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica las creencias en torno el aprendizaje de las matemáticas que se puedan convertir en barreras para el aprendizaje.

	<ul style="list-style-type: none"> • Distingue distintos escenarios para el aprendizaje y valora la importancia de respetar los procesos formativos y el contexto de vida de las niñas y los niños.
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Bibliografía

A continuación, se presentan las referencias y fuentes de consulta que dan soporte al desarrollo de esta unidad de aprendizaje, sin embargo, tanto el facilitador del curso como los y las estudiantes tienen la libertad de incluir otras que consideren relevantes para el enriquecimiento de los contenidos y propósito establecido en este espacio curricular

Bibliografía básica

Butto, C., & Rivera, T. (2011). La generalidad una vía para acceder al pensamiento algebraico: Un estudio sobre la transición del pensamiento aditivo al pensamiento multiplicativo. *Memorias del Congreso Nacional de Investigación Educativa*. Congreso Nacional de Investigación Educativa.

Godino, J. D., Font, V., (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.

Isoda y Cedillo, (2012) *Matemáticas para la Educación Normal*. Pearson. México Tomos I, II y III

Chávez Ruiz, Y., & Martínez Rizo, F. (2018). Evaluar para aprender: Hacer más compleja la tarea a los alumnos. *Educación Matemática*, 30(3), 211-246. <https://doi.org/10.24844/EM3003.09>

Bibliografía complementaria

Block, D. (2022a). Más de uno, pero menos de dos. La enseñanza de las fracciones y los decimales en la educación básica. Otra vía en el aprendizaje de las matemáticas.: Vol. I (2022.^a ed.). CINVESTAV-Taberna Editores.

Block, D. (2022b). Más de uno, pero menos de dos. La enseñanza de las fracciones y los decimales en la educación básica. Otra vía en el aprendizaje de las matemáticas.: Vol. II (2022.^a ed.). CINVESTAV-Taberna Editores.

García, S. (2014). Sentido numérico. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

Kaput, J. J. (2000). Transforming Algebra from an Engine of Inequity to an Engine of Mathematical Power b. <https://eric.ed.gov/?id=ED441664>

Kaput, J. J. (Ed.). (2008). Algebra in the early grades. Lawrence Erlbaum.

Malba, T. (2008). El hombre que calculaba (primera). Limusa.

Schliemann, A. D., Carraher, D. W., & Brizuela, B. M. (2011). El carácter algebraico de la aritmética: De las ideas de los niños a las actividades en el aula (1s ed). Paidós.

Unidad de aprendizaje II. Pensamiento Funcional

Presentación

Esta segunda unidad se desarrolla en torno al concepto de función y sus representaciones algebraicas, reconociendo en éstas un medio para la introducción al álgebra. Se estudian las regularidades que se presentan en los patrones numéricos generados por funciones lineales a través de diferentes recursos como pueden ser el uso de tablas de valores, expresiones algebraicas con un lenguaje natural o alfanumérico a partir de procesos informales o formales e incluso puede llegar a trabajarse desde representaciones gráficas. Esta unidad toma como base la anterior en la que se estudió el pensamiento estructural.

Se hace necesario propiciar un ambiente que favorezca la exploración basada en la visualización de los comportamientos de los patrones numéricos y su representación para construir expresiones algebraicas, el uso de tablas de valores como un recurso para organizar la información e identificar variables y con ello generalizar un patrón y expresarlo.

El desarrollo de esta unidad le permitirá al estudiantado normalista reconocer las características de una función, describir y analizar procedimientos para identificar regularidades, generalizar reglas mediante el reconocimiento de los patrones y expresarlo con un lenguaje natural o algebraico. Es importante propiciar espacios para discusiones grupales en los que se compartan y argumenten los procedimientos realizados y respuestas de las diferentes actividades, con el fin de que se den cuenta que de una misma situación problema pueden surgir diferentes procedimientos y expresiones equivalentes, esto puede favorecer a una mayor comprensión de la sintaxis de las expresiones algebraicas.

Esto le favorecerá en el desarrollo de habilidades para estudiar situaciones que se presentan en la educación primaria a partir de tareas en las que intervienen relaciones funcionales, reconociendo así el carácter algebraico que se puede dar en la aritmética. Se requiere trabajar situaciones problemas en el que se haga presente un pensamiento funcional, como por ejemplo secuencia de patrones numéricos o geométricos, para aplicarlas de manera directa con alumnos de educación primaria para investigar sobre el álgebra temprana. Estas experiencias le brindarán al estudiante normalista conocimientos para diseñar propuestas didácticas relacionadas con el desarrollo del pensamiento algebraico.

Propósito

Profundizar en el pensamiento funcional, entendido como un componente del pensamiento algebraico, para que el estudiante normalista realice un análisis acerca del aprendizaje y enseñanza del álgebra temprana, a través del trabajo con situaciones de cambio para encontrar y generalizar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos y geométricos.

Contenidos

- Álgebra temprana
- Patrones geométricos
- Tipos de patrones
- Niveles de pensamiento algebraico y tipos de generalización
- Didáctica del pensamiento funcional
- Evaluación del pensamiento funcional

Actividades de aprendizaje

A continuación, se sugieren las siguientes actividades de aprendizaje que atienden al enfoque y propósitos del curso.

Álgebra temprana


Actividades	Evidencia de aprendizaje
Organizar con el grupo el experimento de las cajas de caramelos propuesto en Carraher, D., Schliemann, A., Schwartz, J. (2008, pág. 126). Posteriormente, los estudiantes se organizan para leer dicha investigación (capítulo 4) y descubrir cuáles son las similitudes y diferencias entre sus propias respuestas con respecto a los resultados presentados por	Preguntas sobre la lectura. ¿Define cómo se conceptualiza el álgebra temprana? ¿Tareas con las que se propone introducir el álgebra temprana? ¿Cuáles son las tres características distintivas del álgebra temprana de acuerdo con Carraher, Schliemann y Schwartz (2008)? Con base en el experimento de las cajas, ¿a

los autores.	qué conclusiones llegaron los investigadores? Después de realizar esta lectura ¿cuál es tu concepción del álgebra temprana?
Realizar la lectura de Butto y Rojano (2004). Discutir de manera grupal: la definición de álgebra temprana, cuáles son las características del álgebra temprana, y el papel que toma la generalización dentro de la misma.	Organizador gráfico en donde se recuperen los conceptos claves del álgebra temprana

Patrones geométricos

Actividades	
Responder del Bloque 6, las hojas de trabajo 47 y 48 en Cedillo, T. y Cruz, V. (2012b), en donde se debe generalizar una regla a partir de unos patrones geométricos presentados.	Evidencia de aprendizaje Resolución de las hojas de trabajo 47 y 48, Bloque 6, en Cedillo, T. y Cruz, V. (2012b)
Compartir fortalezas y dificultades que los estudiantes tuvieron para encontrar dichos patrones geométricos, así como sus procedimientos y argumentos de estos.	Evidencia de aprendizaje Cuadro de doble entrada con las fortalezas y dificultades de todo el grupo, al responder las hojas de trabajo 47 y 48, Bloque 6 (Cedillo, T. y Cruz, V., 2012b)
Seleccionar algunas hojas de trabajo de los bloques del 1 al 6 en Cedillo, T. y Cruz, V. (2012b) para resolverlas. De cada bloque de acuerdo a las hojas seleccionadas, comentar y argumentar tanto sus respuestas como sus procedimientos, reconociendo sus áreas de oportunidad para lograr un mayor conocimiento del pensamiento funcional	

Tipos de patrones

Actividades	
<p>Leer Zapatera (2018) en la lectura "Introducción al pensamiento algebraico", analizar cuáles son los tipos de patrones que el autor propone y qué características debe tener cada tipo de patrón según el grado escolar con el que se va a trabajar.</p>	<p>Evidencia de aprendizaje</p> <p>Organizador gráfico en donde se distinga entre los diferentes tipos de patrones y sus características y con qué grados se recomienda trabajar cada uno de ellos.</p>
<p>Integrar equipos, con la finalidad de que a cada uno de los equipos se le asigne un grado escolar (primero a sexto), cada equipo propone un patrón atendiendo a lo sugerido por Zapatera (2018), representan su patrón en una cartulina y lo exponen al resto del grupo.</p> <p>Nota: el patrón que sugieren por equipos puede ser diseñado por los mismos alumnos o tomado de algún patrón prediseñado, pero debe atender a las recomendaciones del autor (Zapatera, 2018).</p>	<p>Evidencia de aprendizaje</p> <p>Diseño de patrones a partir de la lectura de Zapatera (2018)</p>
<p>Realizar un patrón de ritmo. Los estudiantes normalistas se reúnen por equipos y diseñan un ritmo que siga un patrón, posteriormente proponen una simbología, no escrita, que represente el ritmo que diseñaron, esta simbología puede ser con dibujos. Posteriormente intercambian su patrón con otro equipo el cual debe tratar de interpretar con su simbología el ritmo. Finalmente cada equipo reproduce el patrón que se le asignó para determinar si fue interpretado correctamente o no. Por ejemplo:</p>	
	

Lo cual significa (chasquido, chasquido, aplauso, palmas en las piernas, palmas en las piernas, silencio).

Los estudiantes normalistas mencionan cómo se relaciona dicha actividad con el pensamiento algebraico y para qué grados escolares se podría proponer.

Niveles de pensamiento algebraico y tipos de generalización

Actividades	
<p>Leer a Zapatera (2018) en “Cómo alumnos de educación primaria resuelven problemas de generalización de patrones. Una trayectoria de aprendizaje”, e identificar cuáles son los niveles de pensamiento algebraico que propone a partir del estudio de un patrón y cuáles son las preguntas de mediación que el autor sugiere para su reconocimiento.</p> <p>Analizar e identificar los niveles de pensamiento algebraico que propone Zapatera (2018).</p>	<p>Evidencia de aprendizaje Organizador gráfico en donde se presentan los distintos niveles de pensamiento propuestos por Zapatera (2018) y cuáles son las características del instrumento elaborado por el autor.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tipo de patrón. - Preguntas de mediación.
<p>Formar equipos y elegir un grado escolar, buscar un ejercicio de patrones prediseñado que cumpla con las características necesarias para ser aplicado en dicho grado escolar. Aplicar dicho ejercicio a uno o varios alumnos de primaria pertenecientes a dicho grado escolar.</p>	<p>Evidencia de aprendizaje Patrón prediseñado para aplicar a uno o más alumnos de nivel primaria.</p>
<p>Analizar el ejercicio aplicado y describir los niveles de pensamiento algebraico de alumnas y alumnos de primaria a partir de lo propuesto por Zapatera (2018). Reflexionar acerca de si el ejercicio brindó información suficiente para reconocer el nivel de pensamiento algebraico del alumno, si fue así</p>	<p>Evidencia de aprendizaje Reporte de resultados de ejercicio aplicado a los alumnos de educación primaria. El estudiante normalista realiza un análisis de las respuestas de los</p>

¿qué benefició? y si no fue así ¿qué faltó?	alumnos con respecto a lo propuesto por Zapatera (2018), además reflexionan si el diseño de su instrumento propicia el reconocimiento de los niveles de pensamiento de los alumnos ¿cómo beneficia? o ¿qué le cambiarían?
---------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Didáctica del pensamiento funcional

Actividades	
<p>Diseñar, a partir de los resultados de la actividad anterior, un instrumento de exploración que permita al estudiante identificar el nivel de pensamiento algebraico de los alumnos de primaria. El instrumento debe presentar un patrón destinado a un grado escolar específico y preguntas que posibiliten identificar el nivel de pensamiento de los alumnos de primaria.</p> <p>Nota: a diferencia del tema anterior en el que se tomó un patrón prediseñado para aplicar a los alumnos de educación primaria, en este caso el normalista diseña su propio patrón y sus propias preguntas de mediación que brinden información suficiente para conocer el nivel de pensamiento algebraico de niñas y niños.</p>	<p>Evidencia de aprendizaje</p> <p>Instrumento de exploración con preguntas de mediación para conocer el nivel de pensamiento algebraico de los alumnos de primaria. El instrumento debe estar justificado teóricamente y debe tener un propósito específico en cada uno de sus apartados.</p>
<p>Aplicar el instrumento para explorar el pensamiento funcional en alumnas y alumnos de educación primaria. Se recomienda realizar dicha aplicación con al menos cinco alumnos de educación primaria, si es posible con más alumnos es mejor, ya que esto brindará material para el análisis posterior</p>	

Evaluación del pensamiento funcional

Actividades	
<p>Realizar un análisis en donde se identifiquen:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Logros y dificultades de las alumnas y los alumnos en sus procesos de generalización. - Nivel de pensamiento de los estudiantes de primaria a partir del patrón. - Semejanzas y diferencias en los tipos de respuestas de los estudiantes entre niveles y por cada nivel - Subniveles dentro de cada nivel, es decir, a partir del reconocimiento de las diferencias de las respuestas dentro de un mismo nivel caracterizar dichas diferencias como un subnivel de pensamiento. <p>Posteriormente, argumentar los resultados con sustento teórico del instrumento aplicado y artículos del pensamiento algebraico</p>	
<p>Exponer resultados de la aplicación de instrumento de exploración a partir de un cartel académico.</p>	<p>Evidencia de aprendizaje Cartel científico en donde presentan los resultados de su investigación con el instrumento de exploración. El cartel debe contener los siguientes requerimientos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Título - Introducción - Metodología - Resultados - Conclusiones - Referencias bibliográficas

Evaluación de la unidad.

Evidencias de la unidad	Criterios de evaluación
Registro de la exploración didáctica	<p>Saber conocer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Caracteriza los elementos del álgebra temprana. • Conoce los tipos de patrones, nivel de pensamiento algebraico y tipos de generalización. <p>Saber hacer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diseña y aplica un patrón con preguntas que brinden información para identificar el nivel de pensamiento algebraico. • Analiza los resultados de su aplicación con respecto a los referentes teóricos que abordan los niveles de pensamiento algebraico. • Identifica dentro del plan y programa de estudio vigente de nivel primaria el pensamiento funcional. <p>Saber ser y estar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Analiza los resultados del instrumento de indagación aplicado a niños de primaria respetando sus procesos y procedimientos desde un enfoque intercultural e inclusivo.

Bibliografía

A continuación, se presentan las referencias y fuentes de consulta que dan soporte al desarrollo de esta unidad de aprendizaje, sin embargo, tanto el facilitador del curso como los y las estudiantes tienen la libertad de incluir otras que consideren relevantes para el enriquecimiento de los contenidos y propósito establecido en este espacio curricular

Bibliografía básica

- Butto, C., & Rojano, T. (2004). Introducción temprana al pensamiento algebraico. Abordaje basado en la geometría. *Educación Matemática*, 16(1), 113-148. Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516105>
- Carraher, D., Schliemann, A., & Schwartz, J. (2013). ¿Álgebra en la escuela primaria? Saberes y conocimientos de niños y docentes. En C. Broitman, *Matemáticas en la escuela primaria* (Vol. II, págs. 121-168). Buenos Aires: Paidós.
- Cedillo, T. y Cruz, V. (2012b). Desarrollo del pensamiento algebraico. México: Pearson.
- Zapatera, A. (2018). Cómo alumnos de educación primaria resuelven problemas de generalización de patrones. Una trayectoria de aprendizaje. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 21(1), 87-114. Recuperado el 2019, de <https://doi.org/10.12802/relime.18.2114>
- Zapatera, A. (2018). Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones. Una secuencia de tareas para Educación Infantil y Primaria. *Revista de Didáctica de las Matemáticas "Números"*, 97, 51-67. Recuperado el 2019, de <http://www.sinewton.org/numeros>

Bibliografía complementaria

- Aké, L. (2017). Una interpretación del razonamiento algebraico en la educación primaria desde el modelo de niveles de algebrización. En L. Aké, & J. Cuevas, *Pensamiento algebraico en México desde diferentes enfoques* (págs. 59-76). Aguascalientes, San Luis Potosí, México: Colección Procesos educativos. Recuperado el 2020, de <https://www.researchgate.net/publication/332817427>
- Carraher, D., Schliemann, A., & Schwartz, J. (2013). ¿Álgebra en la escuela primaria? Saberes y conocimientos de niños y docentes. En C. Broitman, *Matemáticas en la escuela primaria* (Vol. II, págs. 121-168). Buenos Aires: Paidós.
- Castro, W., Godino, J., & Rivas, M. (2011). Razonamiento algebraico en educación primaria: Un reto para la formación inicial de profesores. *UNIÓN. REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA*(25), 73-88.

- Chalé, S. D. (2013). *El desarrollo del pensamiento algebraico: la visualización en el caso de los patrones*. CINVESTAV. Recuperado el 2019, de <https://repositorio.cinvestav.mx/handle/cinvestav/1008>
- Godino, J., & Font, V. (2003). *Matemáticas y su Didáctica para Maestros. Razonamiento Algebraico y su Didáctica para Maestros*. Granada. Recuperado el 2020, de https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7_Algebra.pdf
- Radford, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. *PNA*, 4(2), 37-42. Recuperado el 2019, de <https://www.researchgate.net/publication/41187239>
- Radford, L. (2013). En torno a tres problemas de la generalización. En L. Rico, M. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina , & I. Segovia (Edits.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (págs. 3-12). Granada, España: Comares. Obtenido de www.researchgate.net/publication/319057529
- Vergel, R. (2010). *La perspectiva de cambio curricular Early-álgebra como posibilidad para desarrollar el pensameinto algebraico en escolares de educación primaria: una mirada al proceso matemático de generalización*. Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Vergel, R. (2015). ¿Cómo emerge el pensamiento algebraico? El caso del pensamiento factual. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*(68), 9-17. Recuperado el 2019, de www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/Vergel/Rodolfo.pdf

Unidad de aprendizaje III. Pensamiento variacional

Presentación

En esta unidad de aprendizaje las y los estudiantes deberán identificar los diversos problemas que se resuelven en la escuela primaria, los que tienen una estructura multiplicativa que se relacionan con el razonamiento proporcional. De esta forma se trazan caminos dirigidos a la construcción del concepto de función lineal como una forma particular de correlacionar una variación. Esto permite iniciar con la elaboración de generalizaciones cada vez más finas y abstractas de las estructuras matemáticas invariantes que se encuentran en lo que varía y cambia. En este sentido el estudiante normalista reconocerá que el razonamiento proporcional se constituye como un medio para favorecer el desarrollo del pensamiento algebraico. Esto se pone en evidencia en tanto que a través del razonamiento proporcional se pueden modelar situaciones que involucran distintos niveles de la igualdad, distintos niveles de las variables y transformaciones e invariantes (Lesh y otros, 1988). Las situaciones que en general implican razonamiento proporcional son aquellas en las que se encuentran productos, razones, y proporciones, tales como: equivalencia entre fracciones, porcentajes, conversión de medidas, velocidades, razones de cambio, funciones, etc.

El desarrollo del pensamiento variacional: "Tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos". MEN (2006) Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.

El pensamiento variacional involucra otros tipos de pensamiento matemático: numérico, espacial, métrico y aleatorio; esto, al menos por dos razones: de un lado, el estudio de cada uno de ellos, en última instancia, es un proceso que busca una versión cada vez más general y abstracta del conocimiento. Esto implica identificar estructuras invariantes en medio de la variación y el cambio. Por otro lado, todos ellos ofrecen herramientas para modelar matemáticamente situaciones a través de las funciones como resultado de la cuantificación de la variación.

Para el desarrollo de esta unidad de aprendizaje se hace necesario la incorporación de recursos digitales tales como Excel o el software como geogebra que les permitan de manera más dinámica observar las soluciones a distintos problemas que se les plantean, y reconozcan cómo estos recursos son

propicios para el desarrollo del pensamiento variacional en los alumnos de la educación primaria

Propósito

El estudiante normalista se adentrará en el estudio de las relaciones de proporcionalidad directa, entendidas como relaciones de variación y de cambio, a partir de la solución, resolución y análisis de problemas, con el fin de favorecer sus conocimientos sobre el pensamiento algebraico, para el desarrollo de situaciones didácticas que promuevan el pensamiento variacional de los niños de educación primaria.

Contenidos

- Los problemas matemáticos de proporcionalidad como situaciones de variación y cambio.
- La generalización en la resolución de problemas de proporcionalidad
- La modelización matemática como herramienta didáctica del desarrollo del pensamiento variacional

Actividades de aprendizaje

A continuación, se sugieren las siguientes actividades de aprendizaje que atienden al enfoque y propósitos del curso

Los problemas matemáticos de proporcionalidad como situaciones de variación y cambio.

Actividades	
<p>Realizar una reproducción a escala de un rompecabezas a partir de la medida original dada.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reunidos en equipos de hasta seis integrantes se les entrega una imagen del rompecabezas. - Cada integrante deberá realizar la ampliación de una de las piezas del rompecabezas sabiendo que el lado 	<p>Evidencia de aprendizaje</p> <p>Rompecabezas ampliado</p>

<p>que mide 4 cm en el original en la reproducción a escala deberá medir 7 cm.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Una vez construida su pieza deberán reunir las figuras ampliadas para armar el rompecabezas como se muestra en el original <p>Después de este trabajo realizar una puesta en común sobre las estrategias y procedimientos empleados para resolver el problema.</p> <p>A partir de esta experiencia enfatizar la importancia de las razones escalares y funcionales, como los valores constantes, que permiten identificar el cambio y variación de una reproducción a escala.</p>	
<p>Revisar el texto de García, Serrano y Salamanca (2000) <i>Estudio del pensamiento variacional en la educación básica Primaria</i>.</p> <p>Elaborar una infografía donde identifique y organice las ideas centrales del texto y además agregue ilustraciones para ejemplificar as ideas.</p>	<p>Evidencia de aprendizaje</p> <p>Infografía del pensamiento variacional.</p>
<p>Revisar el texto de Block, Mendoza y Ramírez (2010) <i>¿Qué es una relación de proporcionalidad?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Organizados en equipos realizar un análisis de un problema de proporcionalidad, con base en el texto revisado, tomado de los libros de texto. - Realizar la presentación de su análisis en la clase. 	<p>Evidencia de aprendizaje</p> <p>Presentación digital</p>

<ul style="list-style-type: none"> - Destacar las variables y las constantes en este tipo de problemas. 	
<p>Reunidos en equipos, revisar:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Los libros de texto de cada uno de los grados de educación primaria para identificar problemas relacionados con la proporcionalidad y resolverlos; a partir de ellos elaborar un banco de problemas de proporcionalidad reconociendo sus características y relaciones puestas en juego. - Los libros de Matemáticas para Educación Normal de Isoda y Cedillo (2012) tomos 5, vol. 2, Lección “Razones y gráficas” y Tomo 6, vol. 2 “Razones y proporciones” <p>Realizar un cuadro comparativo del tipo de problemas que se plantean en los libros de texto revisados anteriormente.</p>	<p>Evidencia de aprendizaje</p> <p>Banco de problemas y su solución.</p> <p>Cuadro comparativo de procedimientos empleados en la resolución de problemas de proporcionalidad.</p>
<p>Hacer una puesta en común para socializar los resultados de su búsqueda y un ejemplo de problema por grado.</p>	

La generalización en la resolución de problemas de proporcionalidad

Actividades	Evidencia de aprendizaje
<p>La generalización en la resolución de problemas de valor faltante.</p> <ul style="list-style-type: none"> - A partir del texto de Block, Mendoza y Ramírez (2010) <i>El problema típico de valor faltante</i> realizar una presentación de los tipos de procedimientos para resolver este tipo de problemas. - A partir de los expuesto resolver algunos problemas del “banco de 	<p>Presentación de los tipos de procedimientos.</p>

<p>problemas” utilizando los distintos procedimientos y llegar a métodos generales (fórmulas) para resolver cualquier problema de este tipo.</p> <p>Analizar la regla de tres como un método general.</p>	
<p>La generalización en la resolución de problemas de comparación de razones.</p> <p>Organizados en parejas entregar la hoja de trabajo “explorando igualdades” (anexo 1) y “Carrera de automóviles” (anexo 2) y resolverlas utilizando los interactivos “razón unitaria” y “explorador de igualdades: intro” (PHET: interactive Simulations. https://phet.colorado.edu/es/simulations/filter?subjects=math&type=html.prototype</p> <p>En la puesta en común compartir la manera cómo hallaron las respuestas y analizar las razones funcionales puestas en juego con el interactivo.</p>	Hojas de trabajo resueltas
<p>La generalización en la resolución a problemas de comparación de razones.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Realizar un cuadro sinóptico donde identifique las ideas centrales del texto <i>La comparación de razones</i> de Block, Mendoza y Ramírez (2010) - Seleccionar un problema del “banco de problemas” y hallar un método general para su resolución (fórmula). <p>Analizar los productos cruzados como un método general de resolución para identificar la regla que está operando.</p>	Cuadro sinóptico

La modelización matemática como herramienta didáctica del desarrollo del pensamiento variacional

Actividades	Evidencia de aprendizaje
<p>Responder el Bloque 8, las hojas de trabajo, en Cedillo, T. y Cruz, V. (2012b), para estudiar el comportamiento gráfico de funciones de la forma $y=mx+b$</p> <p>Reconocer la pendiente de la recta como la razón del desplazamiento vertical en el eje y y el horizontal en el eje x</p> <p>Socializar los procedimientos realizados así como las definiciones construidas sobre la pendiente,</p>	<p>Hojas de trabajo resueltas con apoyo de Geogebra</p> <p>https://www.geogebra.org/classic?lang=es</p>
<p>En equipos elaborar problemas que resuelvan con geogebra y socializar los procedimientos utilizados para su solución</p>	<p>Banco de problemas</p>
<p>Analizar en equipos y profesor las ventajas didácticas de este tipo de actividades en cuanto a favorecer el pensamiento variacional de los alumnos de educación primaria.</p> <p>Se sugiere que el escrito se organice en introducción desarrollo y conclusiones.</p>	<p>Escrito analítico</p>
<p>Diseña una secuencia didáctica que incluya el pensamiento variacional, donde:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Incluya referentes teórico-metodológicos y disciplinares. - Considere el plan y los programas de estudio vigentes. - Incorpore metodologías situadas desde una interculturalidad crítica. 	<p>Secuencia didáctica</p>

<p>- Considere las características y escenarios de aprendizaje de los alumnos y su contexto sociocultural.</p>	
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Evaluación de la unidad.

Evidencia de la unidad	Criterios de evaluación
<p>Secuencia didáctica</p>	<p>Saber conocer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Caracteriza los elementos del pensamiento variacional. • Conceptualiza los tipos de problemas de proporcionalidad directa. • Reconoce la generalización como un medio para la solución de los problemas de proporcionalidad directa. <p>Saber hacer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica dentro de plan y programa de estudios vigente de nivel primaria, problemas de proporcionalidad directa. • Aplica estrategias de enseñanza para modelizar matemáticamente problemas de proporcionalidad directa. • Utiliza medios digitales para modelización matemática de problemas de proporcionalidad directa. • Diseña una secuencia didáctica que propicie el desarrollo del pensamiento variacional

	<p>Saber ser y estar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aplica y analiza una secuencia didáctica a niñas y niños de primaria para desarrollar su pensamiento variacional, respetando sus procesos y procedimientos desde un enfoque intercultural e inclusivo.
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Bibliografía

A continuación, se presentan las referencias y fuentes de consulta que dan soporte al desarrollo de esta unidad de aprendizaje, sin embargo, tanto el facilitador del curso como los y las estudiantes tienen la libertad de incluir otras que consideren relevantes para el enriquecimiento de los contenidos y propósito establecido en este espacio curricular.

Bibliografía básica

Cedillo, T. y Cruz, V. (2012b). Desarrollo del pensamiento algebraico. México: Pearson.

Godino, J.D. (2003). Matemáticas y su didáctica para maestros. Granada: Departamento de Didáctica de las Matemáticas.

Isoda, M. y Cedillo, T. (eds.). Matemáticas para la Educación Normal. Tomo 5, Vol 2. Lección 11. Razones y gráficas. México: Pearson/sep

Isoda, M. y Cedillo, T. (eds.). Matemáticas para la Educación Normal. Tomo 6, Vol 2. Lección 10. Razones y proporciones. México: Pearson/sep

Evidencia integradora del curso

En esta sección se describirán las características de la evidencia integradora, así como sus criterios de evaluación.

Evidencia	Criterios de evaluación de la evidencia integradora
Situación didáctica que favorezca el pensamiento algebraico.	<p>Saber conocer</p> <p>Identifica los componentes que conceptualizan el álgebra temprana.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Caracteriza procesos de generalización y simbolización inmersos en el pensamiento algebraico <p>Saber hacer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diseña una situación didáctica que desarrolle el pensamiento algebraico desde el enfoque del álgebra temprana. • Elabora estrategias e instrumentos de evaluación para identificar niveles del pensamiento algebraico de las y los alumnos. <p>Saber ser y estar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Considera en el diseño de la situación didáctica las características y condiciones de aprendizaje de las y los alumnos y su contexto sociocultural.

Bibliografía general

A continuación, se presentan las referencias y fuentes de consulta que dan soporte al desarrollo de esta unidad de aprendizaje, sin embargo, tanto el facilitador del curso como los y las estudiantes tienen la libertad de incluir otras que consideren relevantes para el enriquecimiento de los contenidos y propósito establecido en este espacio curricular.

- Branco, N., y Da Ponte, J. (2011). A álgebra na formação inicial de professores dos primeiros anos: Uma experiência. *Indagatio Didactica*, 3(1), 60-79. Obtenido de <http://revistas.ua.pt/index.php/ID/article/view/914/848>
- Butto, C., y Rojano, T. (2004). Introducción temprana al pensamiento algebraico. Abordaje basado en la geometría. *Educación Matemática*, 16(1), 113-148. Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516105>
- Butto, C., y Rojano, T. (2010). Pensamiento algebraico temprano: el papel del entorno Logo. *Educación Matemática*, 22(3), 55-86. Recuperado el 2019, de www.scielo.org.mx
- Carpenter, T., Levi, L., Franke, M., y Zeringue, J. (2005). Algebra in Elementary School: Developint Relational Thinking. *ZDM: the international journal on mathematics education*, 37(1), 53-59. doi:<https://doi.org/10.1007/BF02655897>
- Castro, W., Godino, J., & Rivas, M. (2011). Razonamiento algebraico en educación primaria: Un desafío para la formación de maestros. Memorias del Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, Quindio Colombia.
- Godino, J., Castro, W., Aké, L., & Wilhelmi, M. (2012). Naturaleza del Razonamiento Algebraico Elemental. *Boletim de Educação Matemática*, 26(42B), 483-511. Recuperado el octubre de 2018, de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=2912/291223574005>
- Kaput, J. (2000). Transforming Algebra from an Engine of Inequity to an Engine of Mathematical Power by "Algebrafying" the K-12 Curriculum. 1-21. Recuperado el 2019, de <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED441664.pdf>
- Kaput, J. J. (Ed.). (2008). *Algebra in the early grades*. Lawrence Erlbaum.
- Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It? *The Mathematics Educator*, 18(1), 139-151. Recuperado el 2018, de <https://www.researchgate.net/publication/228526202>
- Llinares, S. (2007). Formación de profesores de matemáticas. Desarrollando entornos de aprendizaje para relacionar la formación inicial y el desarrollo profesional. Conferencia invitada en la XIII Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas. JAEM. Granada. Obtenido de <https://core.ac.uk/download/pdf/16355011.pdf>
- Molina, M. (2006). *Desarrollo del pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria*. Tesis doctoral, Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la

Matemática. Facultad de Ciencias de la Educación. Recuperado el 2019, de <https://www.researchgate.net/publication/39379813>

Moreno, L.; Waldegg, G. (1992). Constructivismo y Educación Matemática. *Educación Matemática*, 4(2), 7-1

Vergel, R. (2015). ¿Cómo emerge el pensamiento algebraico? El caso del pensamiento factual. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*(68), 9-17. Recuperado el 2019, de www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/Vergel/Rodolfo.pdf

Yves Chevallard. (1997). La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. Aique.

Perfil académico sugerido

Perfil académico

Licenciatura en Educación Primaria, Matemáticas, o áreas afines a los contenidos de aprendizaje.

Nivel Académico

Obligatorio nivel de Licenciatura, preferentemente estudios de Posgrado en el área de Conocimiento disciplinar.

Experiencia en docencia y/o investigación en el área de conocimiento disciplinar.

Experiencia docente para:

- Conocimiento disciplinar y didáctico de las matemáticas
- Conducir grupos
- Trabajo por proyectos
- Utilizar las TICAD en los procesos de aprendizaje y enseñanza
- Realimentar oportunamente el aprendizaje de las y los estudiantes hacia la mejora en sus aprendizajes
- Experiencia profesional como docente de matemáticas
- Planificar y evaluar con metodologías propias de la didáctica de las matemáticas

Experiencia profesional:

- Obligatorio haber laborado, al menos dos años, en educación obligatoria o en instituciones formadoras de docentes.
- Deseable haber trabajado en instituciones de educación superior en el área de Matemáticas y ciencias.

Anexos

ANEXO 1. Exploración de razones y proporciones

Nombre: _____ Grupo: _____ Fecha: _____

Introducción: Explorando igualdades¹

Objetivos de aprendizaje

- Definir que es una igualdad
- Explorar las propiedades de la igualdad
- Solucionar igualdades de manera intuitiva

I. Ideas iniciales

Considera la siguiente figura ¿Cuántas monedas debe haber en la bolsa para que se cumpla la igualdad? Describe tu razonamiento.

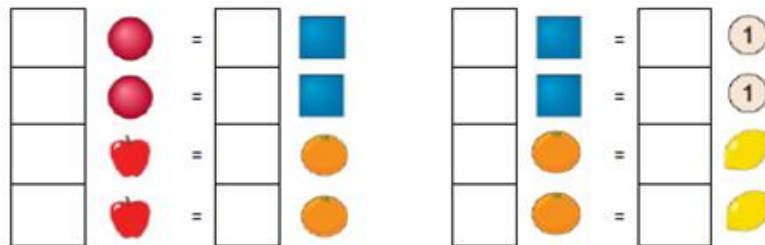


II. Exploración y recolección de datos

1. Ve a la página de PHET y juega 5 minutos con la simulación de [Explorador de Igualdades en la ventana de Básico](#). Al final de la exploración contesta

- ¿Qué es una igualdad?
- ¿Cómo sabes e la simulación que has logrado una igualdad?












2. Juega con la simulación y llena la siguiente tabla con la cantidad de los objetos indicados que se necesitan para logran una igualdad entre ellos.






III. Interpretación y Reflexión. Usa la simulación solo para comprobar tus respuestas.

¹ Hoja de trabajo tomada de PHET interactive simulations en <https://phet.colorado.edu/es/simulations/equality-explorer-basics/activities>

ANEXO 1. Exploración de razones y proporciones

1. ¿Quién tiene más valor, el  o el ? Explica cómo lo sabes
2. Si acomodas la fruta (, , ) del de menor valor al de mayor valor ¿Cuál es el orden correcto? Explica cómo lo sabes
3. Usando las igualdades entre  y , y las igualdades entre  y  ¿Puedes deducir una igualdad entre  y ? Describe el procedimiento que seguiste para contestar:
4. Usando las igualdades entre las frutas, escribe los números en la siguiente igualdad que la hagan correcta:

$$\boxed{} \text{  } + \boxed{} \text{  } = \boxed{} \text{  }$$
5. Si el valor de la naranja es de 2 ¿Cuál es el valor del limón y la manzana?

IV. **Comunica:** Compara tus respuestas con otros compañeros y la simulación. Espera a que sea momento de la discusión grupal para revisar si las respuestas con correctas.

Anexo 2. Problemas de comparación de razones y búsqueda de valor faltante

Carrera de automóviles¹

Contenido: Proporción directa.

Propósito: Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (dobles, triples, valor unitario) y de comparación de razones.

Materiales: hojas de trabajo, recurso digital "razón unitaria"



Realiza las siguientes actividades en pareja.

Con ayuda del interactivo "razón unitaria" completa las distancias y tiempos faltantes en la tabla de cada uno de los automóviles.

Automóvil de Ita		Automóvil de Herminia		Automóvil de Vero	
50 millas/2 hrs		90 millas/3 hrs		45 millas/1.5 hrs	
Millas	Horas	Millas	Horas	Millas	Horas
	3	15			4
100			3	140	
	1.5	125			2
75			2.2	30	
	3.2	75			1.8

¿Cuál de los automóviles fue el más veloz? _____

¿Cómo lo supiste? Explica tu respuesta.

A partir de tus procedimientos que realizaste expresa una fórmula para calcular la distancia recorrida y/o el tiempo demorado por cualquier automóvil.

¹ Hoja de trabajo retomada del trabajo doctoral de Homero Enríquez Ramírez "Desarrollo de conocimientos tecnológicos para enseñanza de las matemáticas: una intervención de diseño con profesores de primaria de la mixteca baja de Oaxaca" (Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav).

Anexo 2. Problemas de comparación de razones y búsqueda de valor faltante

Haciendo uso de tu fórmula ¿Qué distancia recorrería cada uno de ellos en 45 minutos? Y ¿Qué tiempo le tomaría a cada automóvil recorrer 250 millas?

	Tiempo en recorrer 250 millas	Distancia recorrida en 45 minutos
Automóvil 1		
Automóvil 2		
Automóvil 3		

En una competencia se registró que el automóvil azul del profesor Misael al pasar por la milla 35 llevaba un tiempo de 2 hrs y el automóvil rojo del profesor Farut al pasar por la milla 45 llevaba un tiempo de 2.50 hrs.

¿Quién ganó la carrera? _____



Explica tu respuesta

¿Cuánto tardó cada uno de los automóviles en recorrer las 200 millas?

Auto rojo: _____ Auto azul: _____

PREGUNTAS DE REFLEXIÓN

<p>1. ¿Cómo te ayudó el uso del recurso digital para dar respuesta a las tareas?</p>
<p>2. ¿Cómo te ayudó el uso de este interactivo para comprender las relaciones entre velocidad, distancia y tiempo en una situación de carrera de automóviles?</p>
<p>3. ¿Cómo favoreció el uso del recurso digital la obtención de tu fórmula?</p>

NOMBRE DEL PROFESOR: _____

FECHA: _____

**GUÍA DE OBSERVACIÓN DE LA PRÁCTICA
MATEMÁTICAS**

Datos generales:

Escuela: _____

Grado y grupo: _____

Número de alumnos _____ Rango de edades de los alumnos: _____

Datos de la sesión:

Fecha: _____ Asignatura: Matemáticas

Duración de la sesión. Hora de inicio: _____ Hora en que finalizó: _____

Distribución/acomodo del salón (mobiliario-alumnos) durante la mayor parte del tiempo de la sesión:

Acciones organizativas y aspectos actitudinales en el inicio y durante la clase (puede seleccionar una o varias opciones):	
<input type="checkbox"/> Pasar de lista <input type="checkbox"/> Revisar tarea <input type="checkbox"/> Entregar materiales <input type="checkbox"/> Asignar diferentes tareas a los alumnos <input type="checkbox"/> Organizar al grupo para trabajo en binas o equipos <input type="checkbox"/> Organizar al grupo para plenaria <input type="checkbox"/> Organizar al grupo para trabajo individual <input type="checkbox"/> Cambiar la organización del mobiliario	<input type="checkbox"/> Animar a los estudiantes a trabajar <input type="checkbox"/> Generar un ambiente propicio para el trabajo <input type="checkbox"/> Involucrar a los alumnos a trabajar <input type="checkbox"/> Promover que todo el grupo se involucre en la tarea <input type="checkbox"/> Integrar a los alumnos que se aíslan <input type="checkbox"/> Cambiar de estrategia cuando los alumnos se aburren <input type="checkbox"/> Entregar de incentivos (estrellitas, presentes, etc.) <input type="checkbox"/> Dejar tarea y asegurarse de que la anoten

INICIO DE LA SESIÓN:

Tema o contenido: _____

Objetivo o aprendizaje esperado: _____

Criterios de evaluación: _____

Se hace explícito	
Si	No

Marcar con una la manera en que la o el profesor inicia la clase (pueden ser varias opciones)

1.	Con la introducción del tema (sin una amplia explicación)	
2.	Escribiendo en el pizarrón el tema a trabajar	
3.	Enunciando, escribiendo o dictando definiciones	
4.	La explicación amplia del contenido a trabajar	
5.	Explica lo que tienen que hacer en la clase sugiriendo procedimientos	
6.	Una consigna o explicación de lo que tienen que hacer	
7.	Una charla motivadora	
8.	Planteando una situación problemática a resolver	
9.	Otro (especificar)	

Verifica que los alumnos hayan comprendido el trabajo a realizar:

10.	Preguntando a todo el grupo en general si hay dudas	
11.	Haciendo preguntas específicas a algunos alumnos si comprendieron la tarea	
12.	Solicitando a algunos alumnos que expliquen lo que van a realizar	

Descripción del inicio de la clase: _____

Tareas matemáticas:	
BAJA DEMANDA COGNITIVA	ALTA DEMANDA COGNITIVA

DESARROLLO DE LA SESIÓN

Marcar con una ✓ la manera en que la o el profesor desarrolla la clase (pueden ser varias opciones)

Acciones o estrategias para contextualizar el trabajo:

1.	Da instrucciones sobre lo que espera que desarrollen los alumnos pero sin especificar	
2.	Da instrucciones precisas de lo que se espera y especifica cómo se espera que se lleve a cabo	
3.	Sugiere procedimientos para realizar la tarea.	
4.	Evita mencionar el producto que obtendrán	
5.	Describe de forma breve el producto que obtendrán	
6.	Describe el producto que van a obtener y además pone énfasis en el objetivo de la realización del mismo	
7.	Utiliza el contexto escolar de los alumnos para explicar y comprender la actividad.	
8.	Utiliza un contexto que imita situaciones reales para realizar la actividad	
9.	Utiliza una situación de la vida cotidiana para trabajar el contenido y además se contempla un destinatario	
10.	Se explica paso a paso las consignas desarrollándolas entre todos	
11.	Se dan ejemplos de cómo realizar las consignas dando a conocer los datos necesarios para realizarla	
12.	Se proponen procedimientos diversos para realizar la actividad	
13.	Describe la actividad y se apoya fundamentalmente en las actividades indicadas en el libro de texto.	

Desarrollo, monitoreo y retroalimentación

13.	Las actividades desarrolladas consideran condiciones que no pueden ser modificadas y tienen sólo una solución lo que no permite tomar decisiones por parte de los alumnos	
14.	Las actividades consideran condiciones que no pueden ser modificadas pero permite al alumno idear alternativas de solución y tomar decisiones sobre la solución al problema respetando las condiciones	
15.	El profesor permanece sentado o sale del salón mientras los alumnos resuelven la actividad.	
16.	Se monitorea el trabajo de los estudiantes sólo observando lo que realizan.	
17.	Se monitorea el trabajo de los estudiantes y los regaña o llama la atención para que se fijen y lo hagan bien.	
18.	Se monitorea el trabajo de los alumnos corrigiendo errores, indicando el procedimiento correcto.	
19.	Realiza valoraciones sobre el trabajo o desempeño de los alumnos como "Bien", "Mal"	
20.	El profesor permite que los alumnos se den cuenta de sus errores y les orienta para resolverlos.	
21.	El profesor da las respuestas de la consigna	
22.	Observa el trabajo de los alumnos y disminuye la complejidad de la tarea realizada.	
23.	Observa el trabajo realizado por los alumnos y aumenta la complejidad de la tarea.	
24.	Todos los alumnos se involucran con la tarea.	
25.	La mayoría de los alumnos se involucran con la tarea	
26.	La mayoría de los alumnos no se involucra con la tarea	
27.	El profesor promueve una discusión donde participan los alumnos con argumentos y propuestas.	

Descripción del desarrollo de la clase:

Focalice el/los método/métodos de evaluación. Describa las consignas que el profesor va poniendo y focalice en la demanda cognitiva. Tome en cuenta la participación de los alumnos.

Tareas matemáticas:			
BAJA DEMANDA COGNITIVA		ALTA DEMANDA COGNITIVA	
<i>De memorización</i>	<i>Procedimientos sin conexión</i>	<i>De procedimientos con conexión</i>	<i>Hacer matemáticas</i>
Intervención docente:			
<i>Enfocada en la memorización</i>	<i>Centrada en procedimientos sin conexión</i>	<i>Centrada en procedimientos con conexión</i>	<i>Que promueven el hacer matemáticas</i>

Uso de materiales para la clase (Enliste los materiales que utilizó en clase para la clase):

CIERRE DE LA CLASE

Marcar con una la manera en que la o el profesor desarrolla la clase (pueden ser varias opciones)

1.	Organiza una discusión sobre el contenido trabajado, donde participan la mayoría de los alumnos.	
2.	Da una conclusión o síntesis del tema, sin tomar en cuenta el trabajo de los alumnos.	
3.	Dicta un resumen del contenido sin considerar las conclusiones o argumentos de los alumnos.	
4.	Extrae información a partir de lo que dicen los alumnos y la organiza para una mejor comprensión, haciéndola pública en el pizarrón.	
5.	Pone en común los ejercicios realizados para conocer las respuestas correctas	
6.	Pasa al lugar de los alumnos a revisar y/o calificar los ejercicios realizados por los alumnos	
7.	Les pide que pasen a dejarle al escritorio las actividades para revisar y/o calificar	
8.	Termina la clase por indisciplina del grupo.	
9.	Terminó la clase de manera súbita (por el tiempo u otra actividad programada, sonó la chicharra, etc.)	

Observaciones adicionales al cierre:

10.	Ante un error, solicita argumentos de los alumnos y retroalimenta con preguntas para que revaloren su idea.	
11.	Comete errores matemáticos y no los identifica.	
12.	Comete errores y los corrige ante los alumnos.	
13.	Ante un error, lo corrige y da la explicación correcta.	
14.	Escucha procedimientos de los alumnos.	
15.	Otra:	

Describe el cierre de la clase: _____

¿Qué actividades que hace la profesora contribuyen a desarrollo del pensamiento estructural? _____

¿Qué actividades que hace la profesora limitan el aprendizaje de las matemáticas? _____

¿Para qué sirve desarrollar el pensamiento algebraico en la vida cotidiana de los alumnos? _____

Uso de materiales para la clase (Enliste los materiales que utilizó en clase para la clase):

CIERRE DE LA CLASE

Marcar con una la manera en que la o el profesor desarrolla la clase (pueden ser varias opciones)

1.	Organiza una discusión sobre el contenido trabajado, donde participan la mayoría de los alumnos.	
2.	Da una conclusión o síntesis del tema, sin tomar en cuenta el trabajo de los alumnos.	
3.	Dicta un resumen del contenido sin considerar las conclusiones o argumentos de los alumnos.	
4.	Extrae información a partir de lo que dicen los alumnos y la organiza para una mejor comprensión, haciéndola pública en el pizarrón.	
5.	Pone en común los ejercicios realizados para conocer las respuestas correctas	
6.	Pasa al lugar de los alumnos a revisar y/o calificar los ejercicios realizados por los alumnos	
7.	Les pide que pasen a dejarle al escritorio las actividades para revisar y/o calificar	
8.	Termina la clase por indisciplina del grupo.	
9.	Terminó la clase de manera súbita (por el tiempo u otra actividad programada, sonó la chicharra, etc.)	

Observaciones adicionales al cierre:

10.	Ante un error, solicita argumentos de los alumnos y retroalimenta con preguntas para que revaloren su idea.	
11.	Comete errores matemáticos y no los identifica.	
12.	Comete errores y los corrige ante los alumnos.	
13.	Ante un error, lo corrige y da la explicación correcta.	
14.	Escucha procedimientos de los alumnos.	
15.	Otra:	

Describe el cierre de la clase: _____

¿Qué actividades que hace la profesora contribuyen a desarrollo del pensamiento estructural? _____

¿Qué actividades que hace la profesora limitan el aprendizaje de las matemáticas? _____

¿Para qué sirve desarrollar el pensamiento algebraico en la vida cotidiana de los alumnos? _____
